

**Miejsce  
na naklejkę**

**MMA-P1\_1P-091**

**PRÓBNY EGZAMIN  
MATURALNY  
Z MATEMATYKI**

**STYCZEŃ  
ROK 2009**

**POZIOM PODSTAWOWY**

**Czas pracy 120 minut**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 15 stron (zadania 1 – 12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

*Życzymy powodzenia!*

**Wypełnia zdający  
przed rozpoczęciem pracy**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PESEL ZDAJĄCEGO**

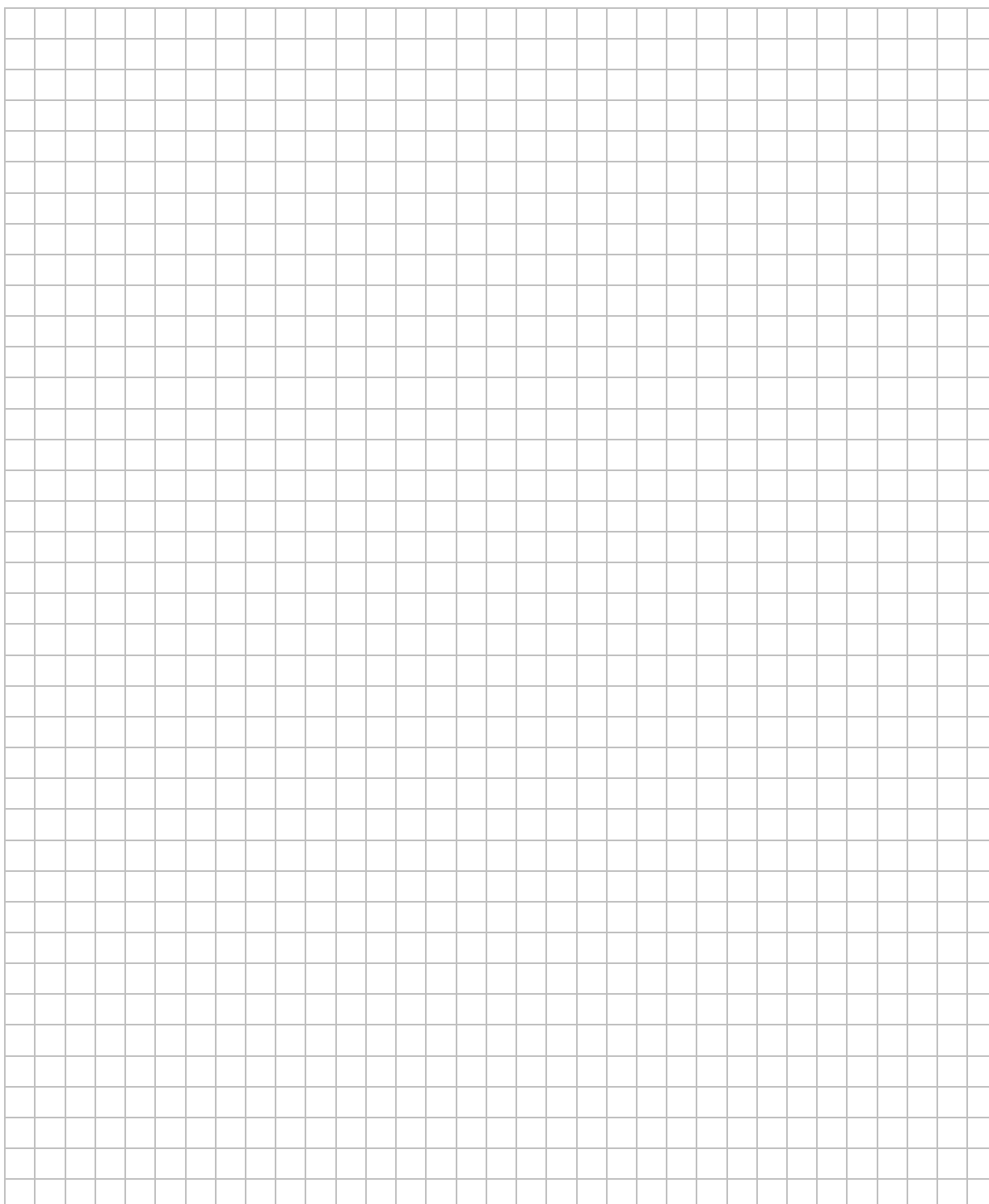
--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

**Zadanie 1. (4 pkt)**

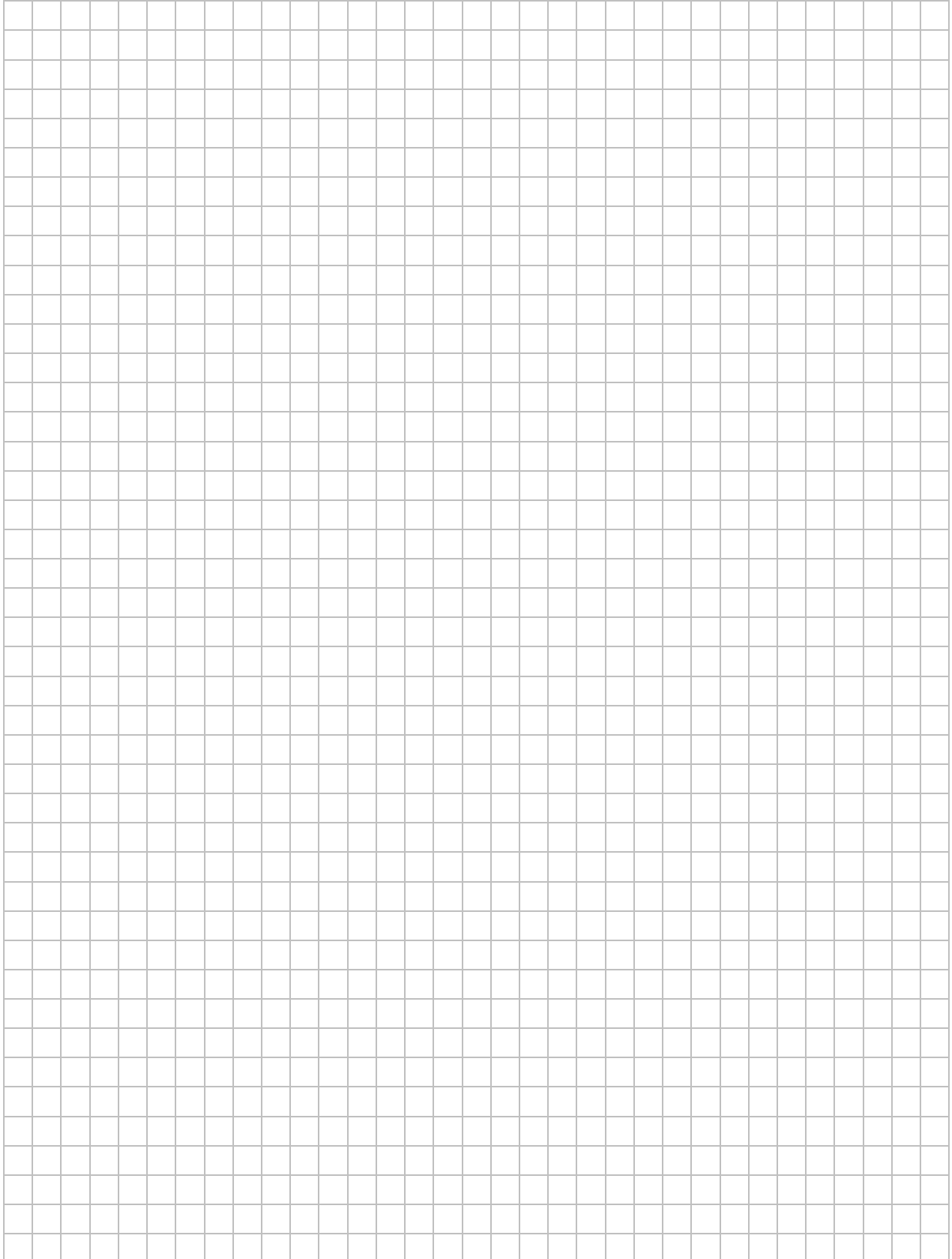
Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \begin{cases} -x-4 & \text{dla } -7 \leq x < -3 \\ -1 & \text{dla } -3 \leq x < 0 \\ 4x-1 & \text{dla } 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$

- Podaj dziedzinę funkcji  $f$ .
- Podaj jej miejsca zerowe.
- Naszkicuj wykres tej funkcji.
- Podaj zbiór wartości funkcji  $f$ .



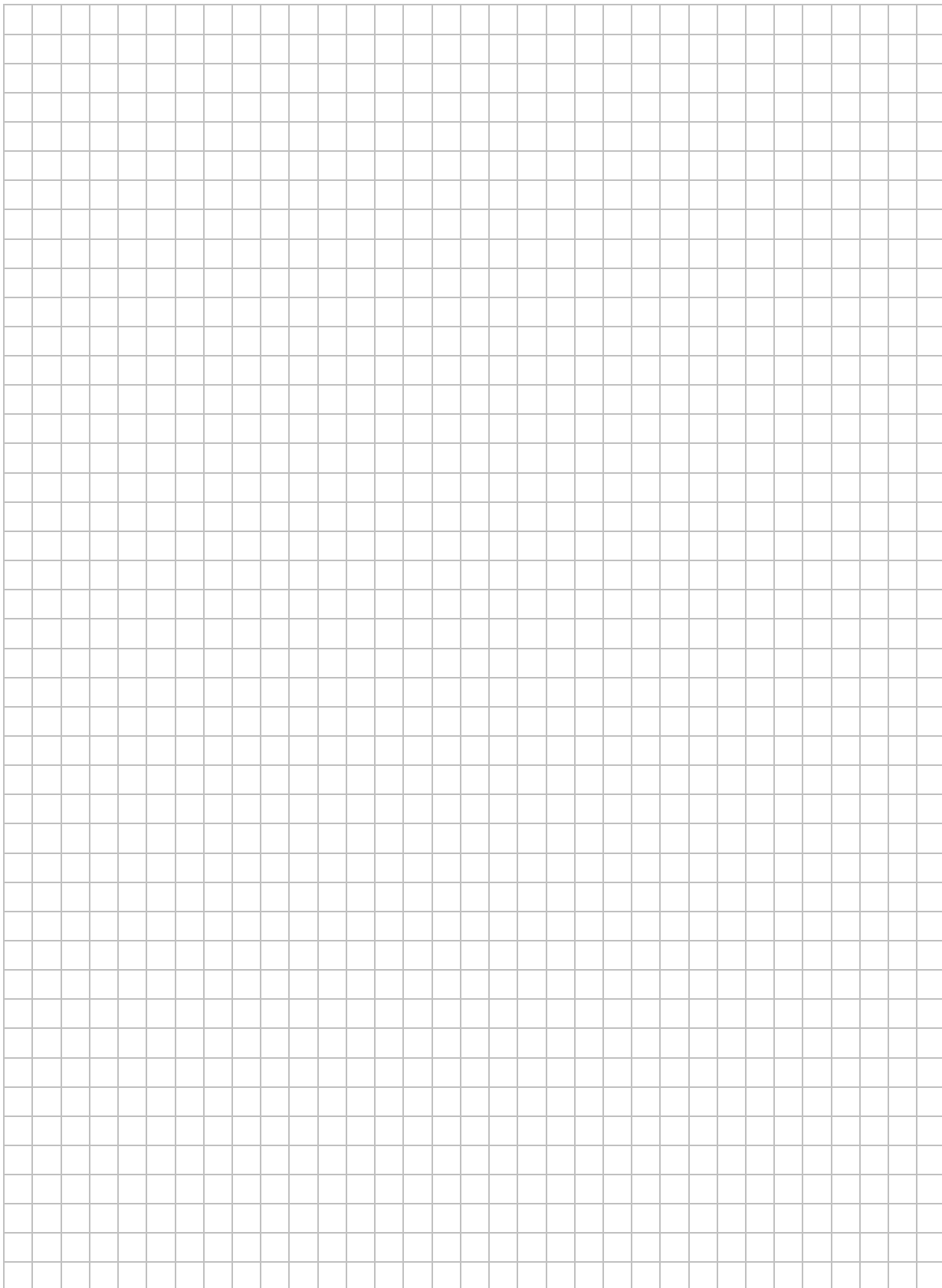
**Zadanie 2. (3 pkt)**

Spośród cyfr 1, 2, 3, 4, 5, 6 losujemy kolejno dwa razy po jednej cyfrze ze zwracaniem. Tworzymy liczbę dwucyfrową w ten sposób, że pierwsza z wylosowanych cyfr jest cyfrą dziesiątek, a druga cyfrą jedności tej liczby. Oblicz prawdopodobieństwo utworzenia liczby większej od 52.



**Zadanie 3. (4 pkt)**

Uzasadnij, że dla każdego  $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$  prawdziwą jest, że  $(1 + \sin \alpha) \cdot \left( \frac{1}{\cos \alpha} - \operatorname{tg} \alpha \right) = \cos \alpha$ .

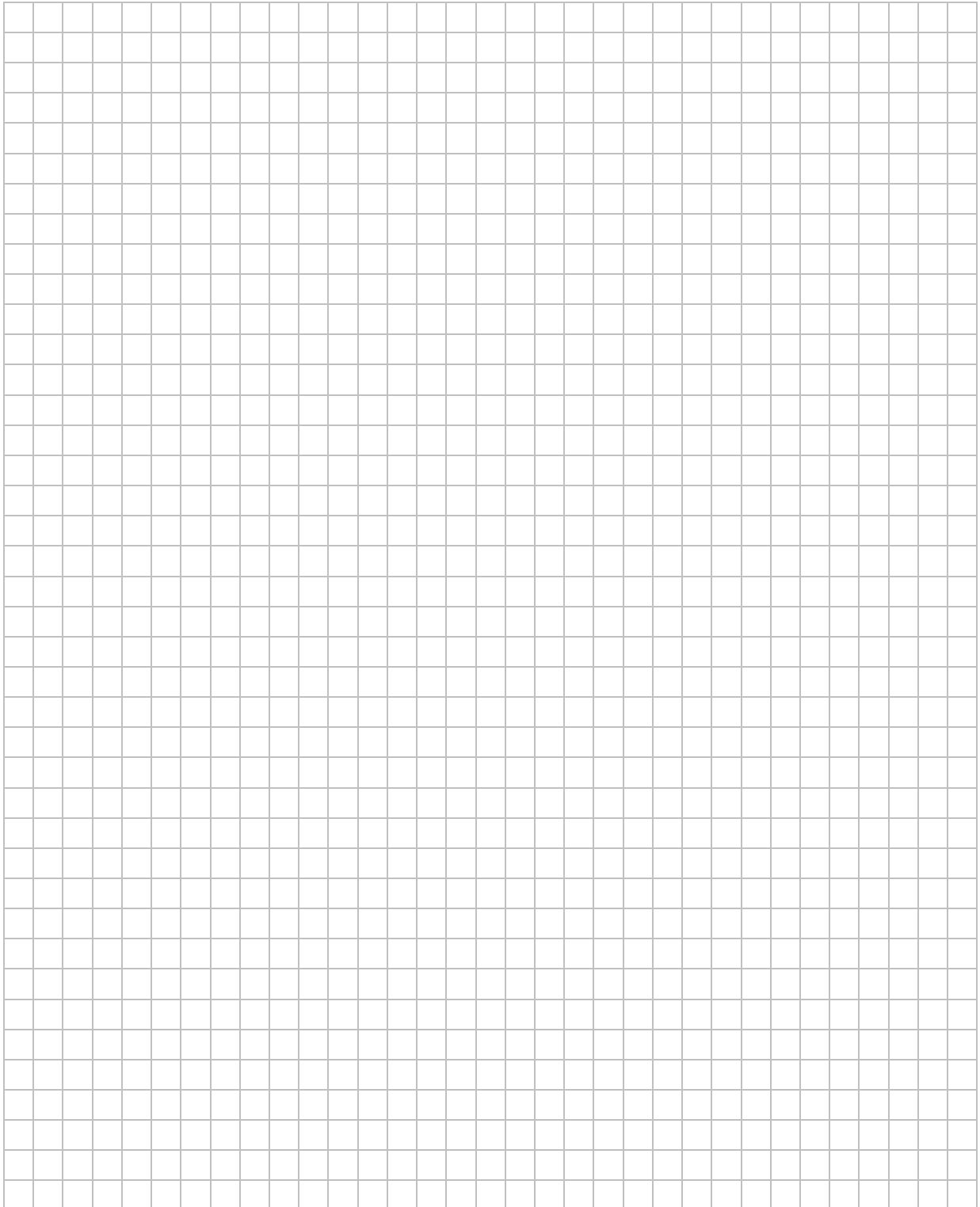


**Zadanie 4. (4 pkt)**

Liczba  $\frac{3}{4}$  jest pierwszym wyrazem ciągu geometrycznego  $(b_n)$ , którego iloraz jest równy  $(-2)$ .

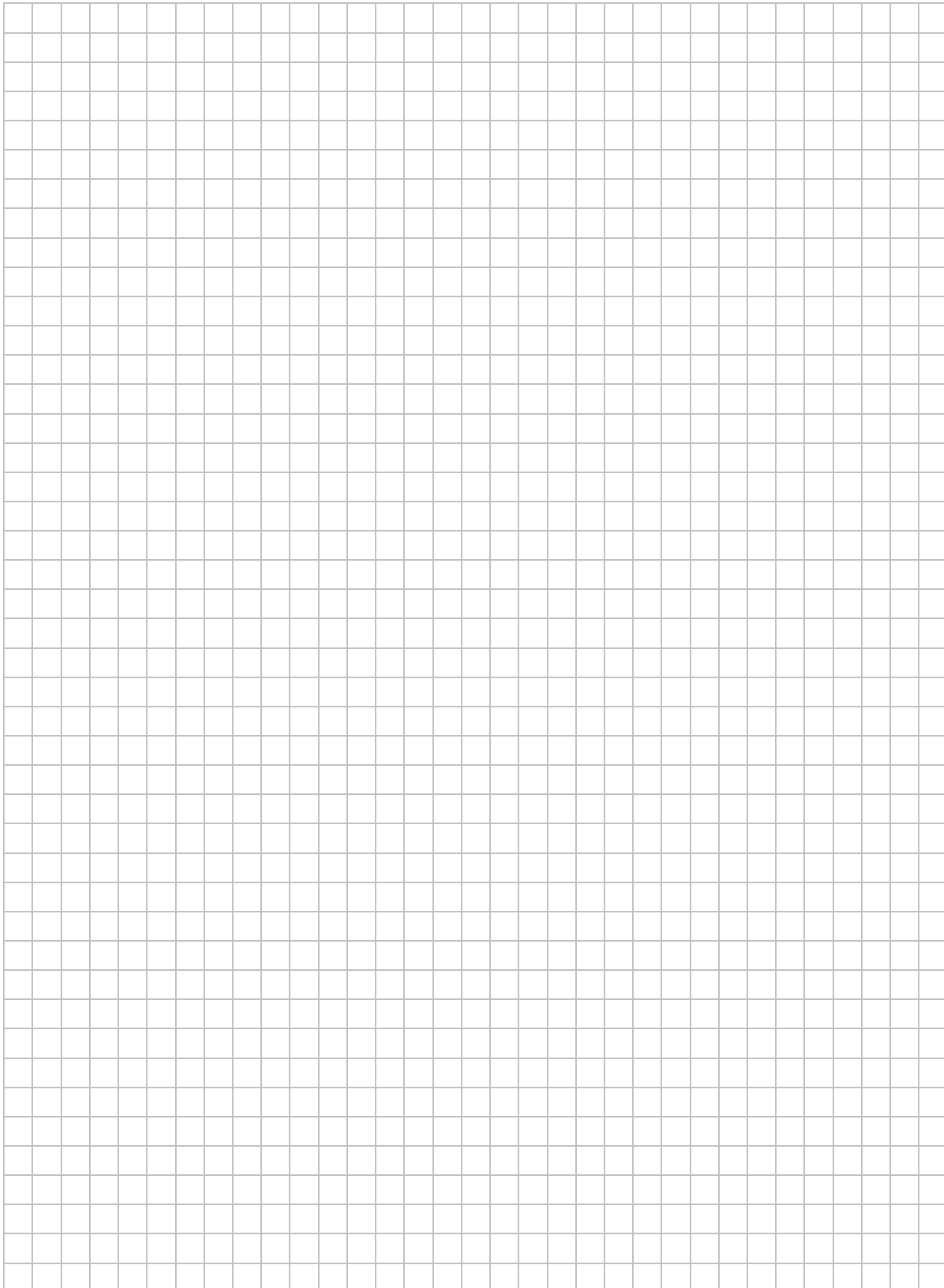
Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  jest taki sam jak pierwszy wyraz ciągu  $(b_n)$ .

Suma siedmiu początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$  jest równa sumie siedmiu początkowych wyrazów ciągu  $(b_n)$ . Oblicz różnicę ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ .



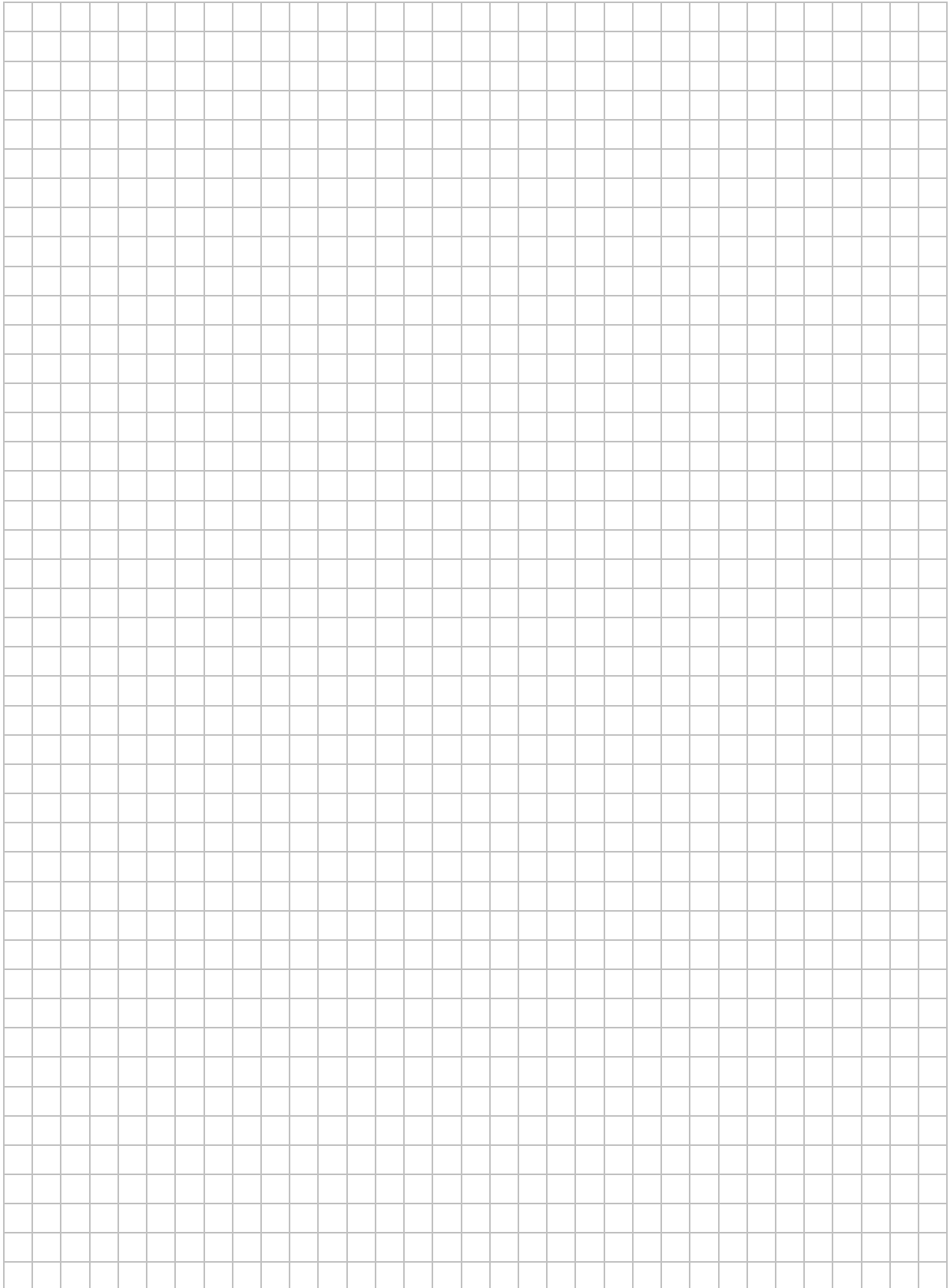
**Zadanie 5. (6 pkt)**

Rozwiąż nierówność  $(x-2)^2 - 4 < 0$ . Podaj wszystkie rozwiązania równania  $x^3 + 6x^2 - 4x - 24 = 0$ , które należą do zbioru rozwiązań tej nierówności.



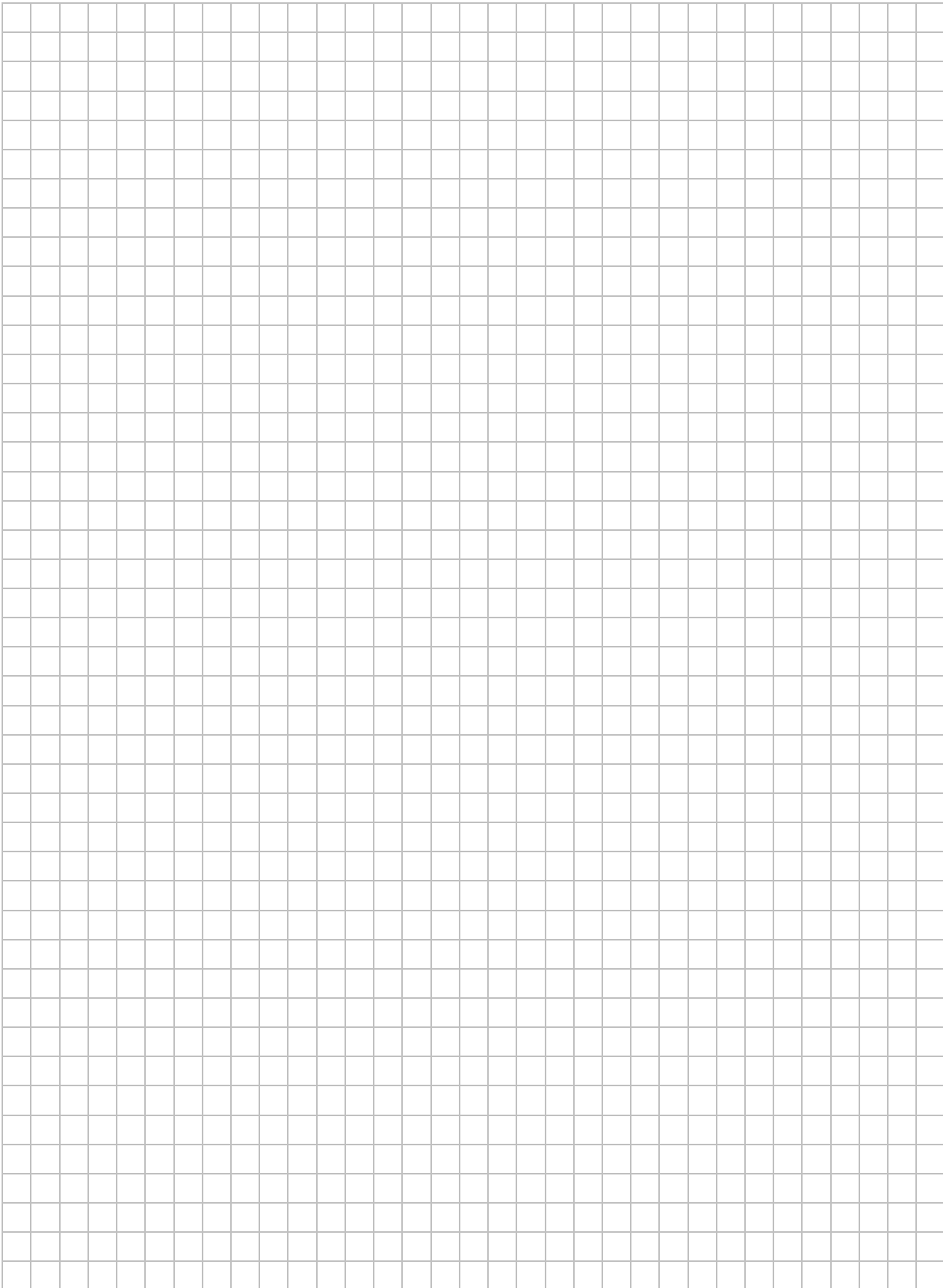
**Zadanie 6. (4 pkt)**

Punkty  $A = (-4, -1)$ ,  $B = (0, -5)$ ,  $C = (2, 1)$  są wierzchołkami trójkąta równoramiennego. Wyznacz równanie osi symetrii tego trójkąta.



**Zadanie 7. (5 pkt)**

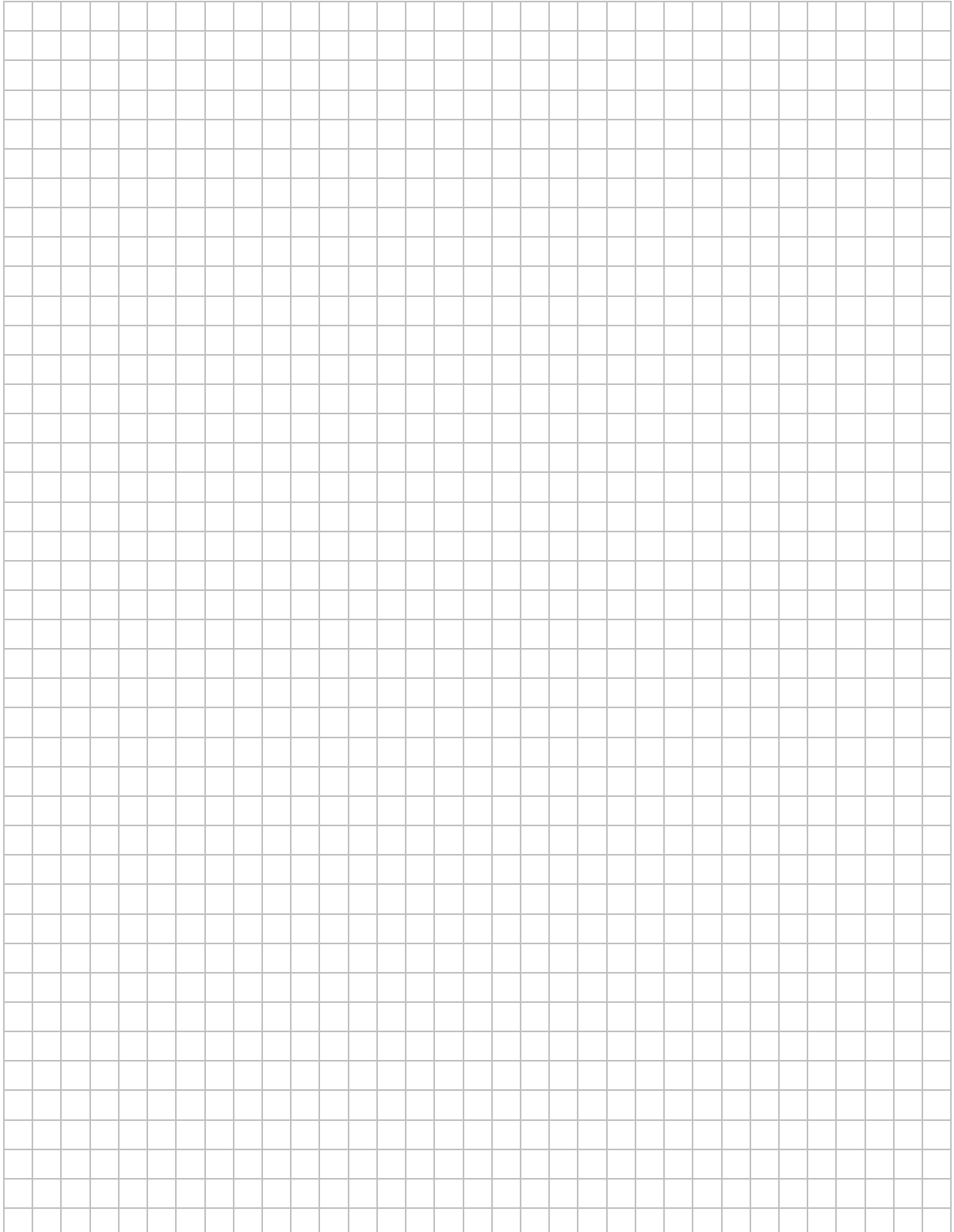
Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 4 cm i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $30^\circ$ . Oblicz długość krawędzi sześciangu, którego objętość jest równa objętości tego ostrosłupa.





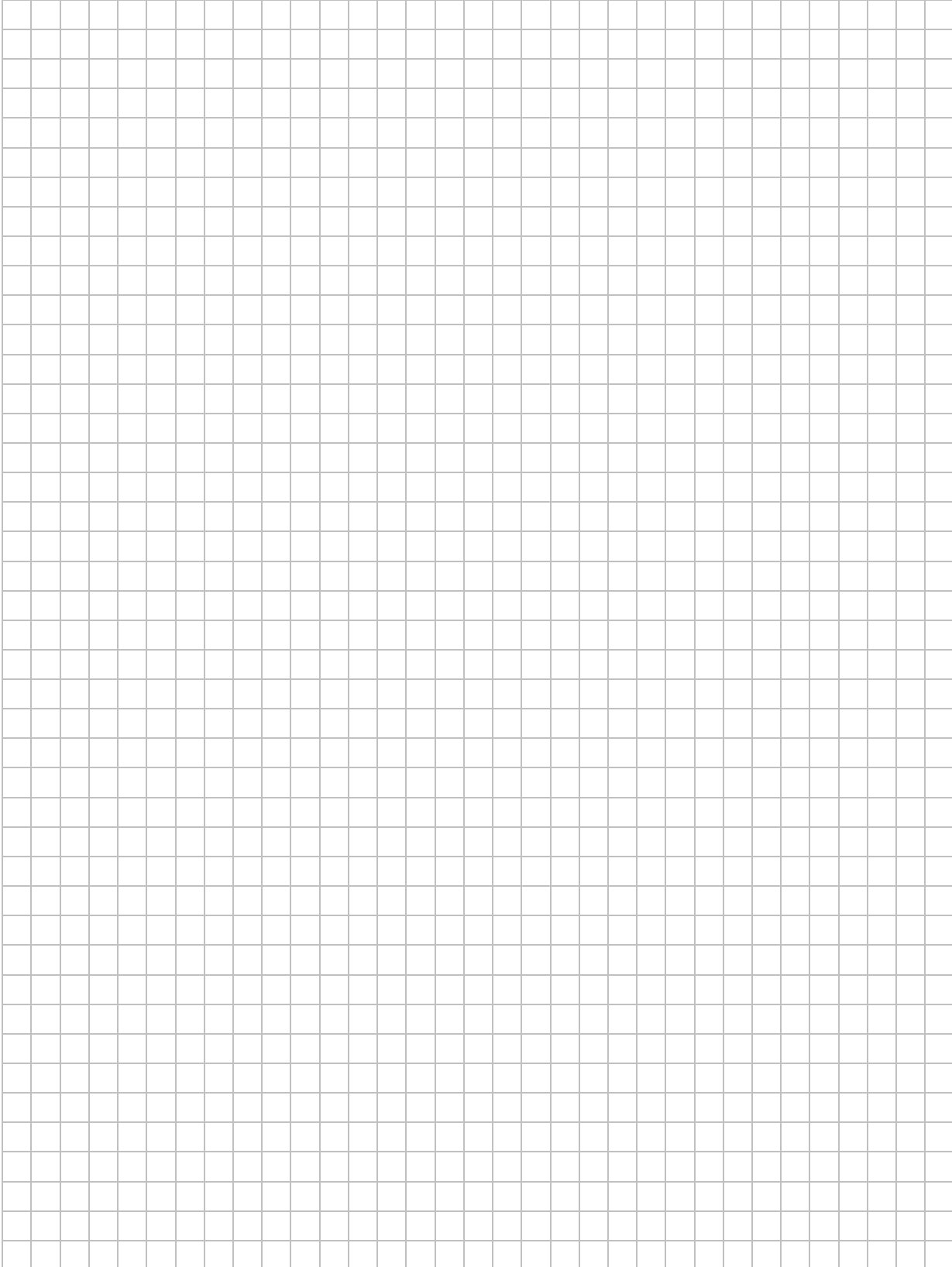
**Zadanie 8. (3 pkt)**

Dziadek założył w banku trzyletnią lokatę pieniężną o stałej rocznej stopie procentowej równej 5% (już po uwzględnieniu podatków i prowizji). Odsetki są kapitalizowane po każdym roku trwania lokaty. Całość środków, otrzymanych z banku po zlikwidowaniu lokaty, dziadek podzielił równo pomiędzy dziewięcioro wnucząt tak, że każde z dzieci otrzymało 1029 zł. Oblicz początkową kwotę lokaty.



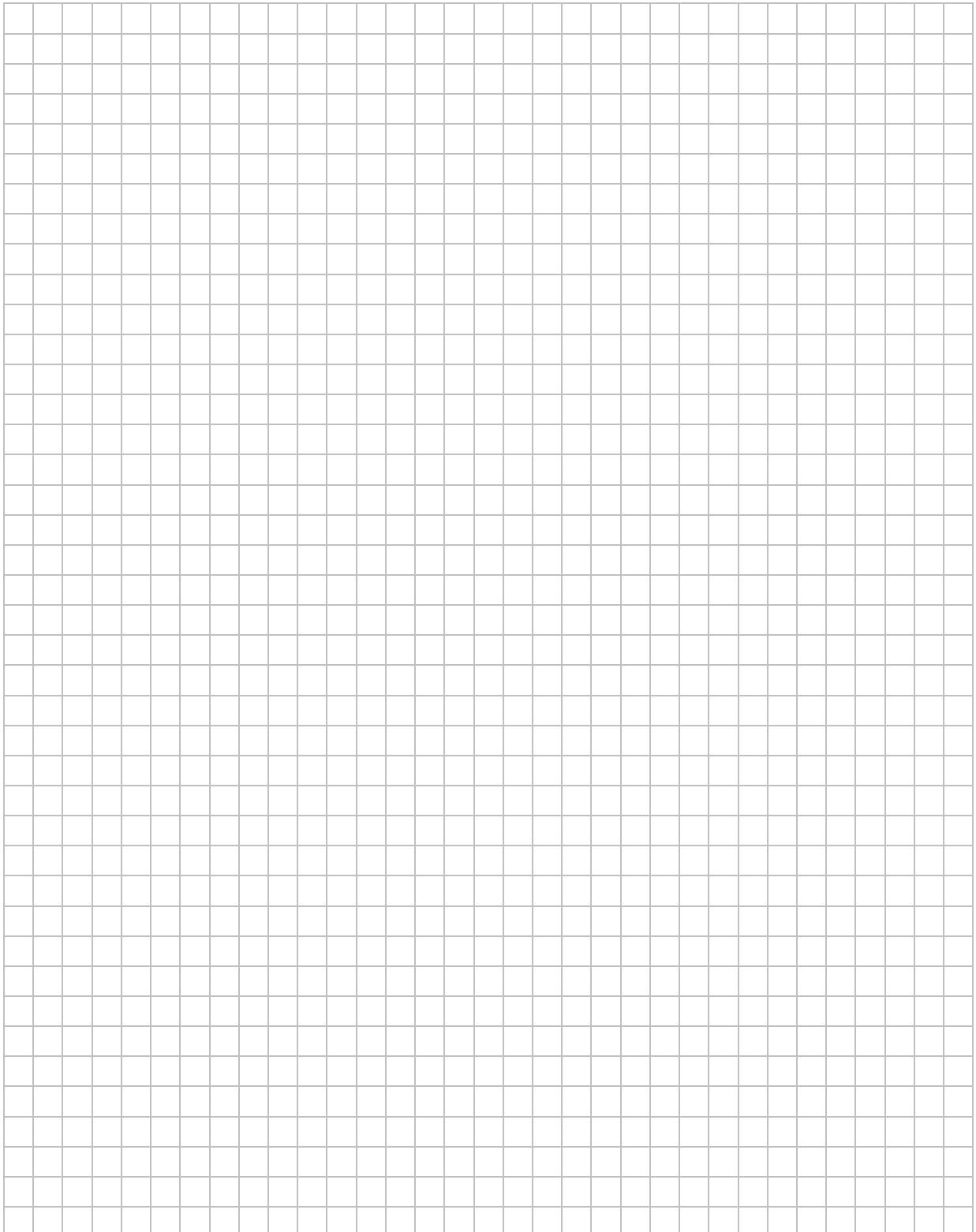
**Zadanie 9. (4 pkt)**

W trójkącie ostrokątnym  $ABC$  bok  $AB$  ma długość 18 cm, a wysokość  $CD$  jest równa 15 cm. Punkt  $D$  dzieli bok  $AB$  tak, że  $|AD|:|DB|=1:2$ . Przez punkt  $P$  leżący na odcinku  $DB$  poprowadzono prostą równoległą do prostej  $CD$ , odcinając od trójkąta  $ABC$  trójkąt, którego pole jest cztery razy mniejsze niż pole trójkąta  $ABC$ . Oblicz długość odcinka  $PB$ .



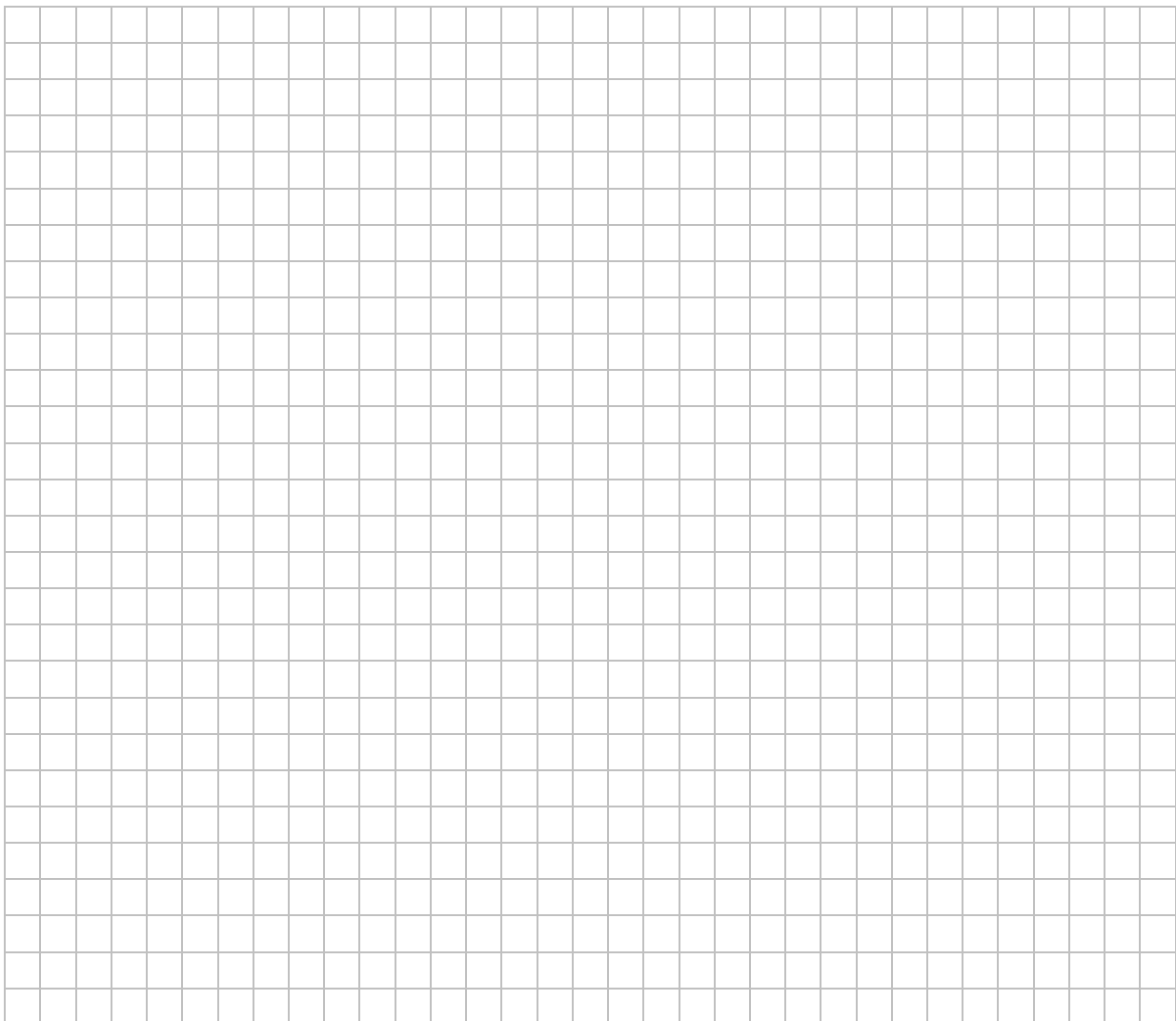
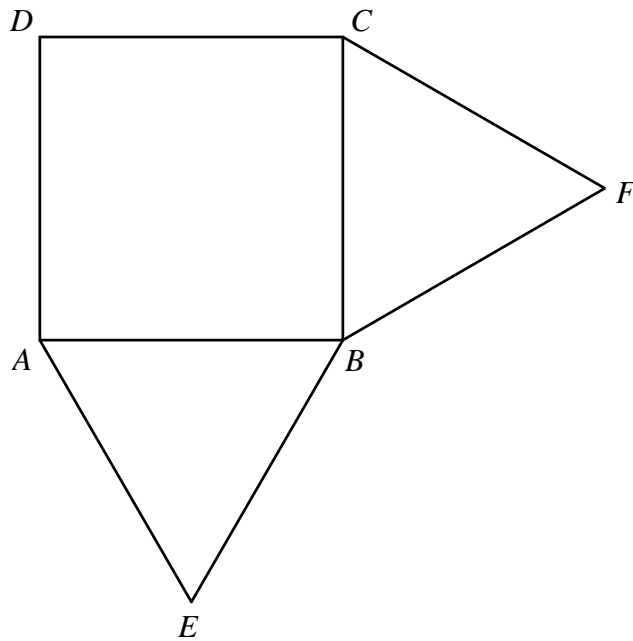
**Zadanie 10. (5 pkt)**

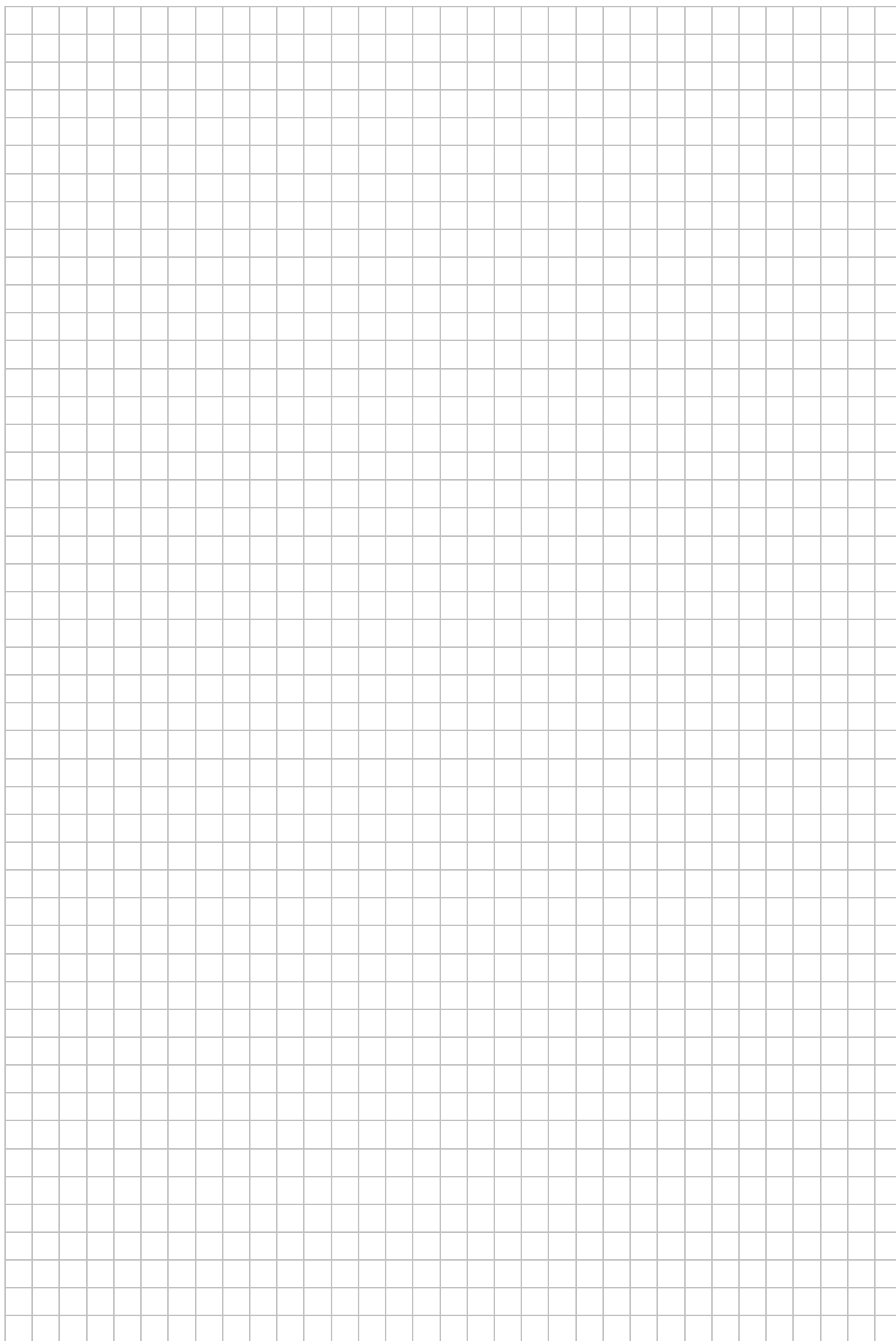
Doświadczalnie ustalono, że czas  $T(n)$ , liczony w sekundach, potrzebny na alfabetyczne ułożenie  $n$  kartek z nazwiskami wyraża się, z dobrym przybliżeniem, wzorem  $T(n) = a \cdot n^2 + b \cdot n$ . Ułożenie 10 kartek trwa średnio 20 sekund, a 30 kartek średnio 90 sekund. Wyznacz wzór funkcji  $T(n)$  i oblicz, ile kartek można ułożyć średnio w ciągu 50 sekund.



**Zadanie 11. (4 pkt)**

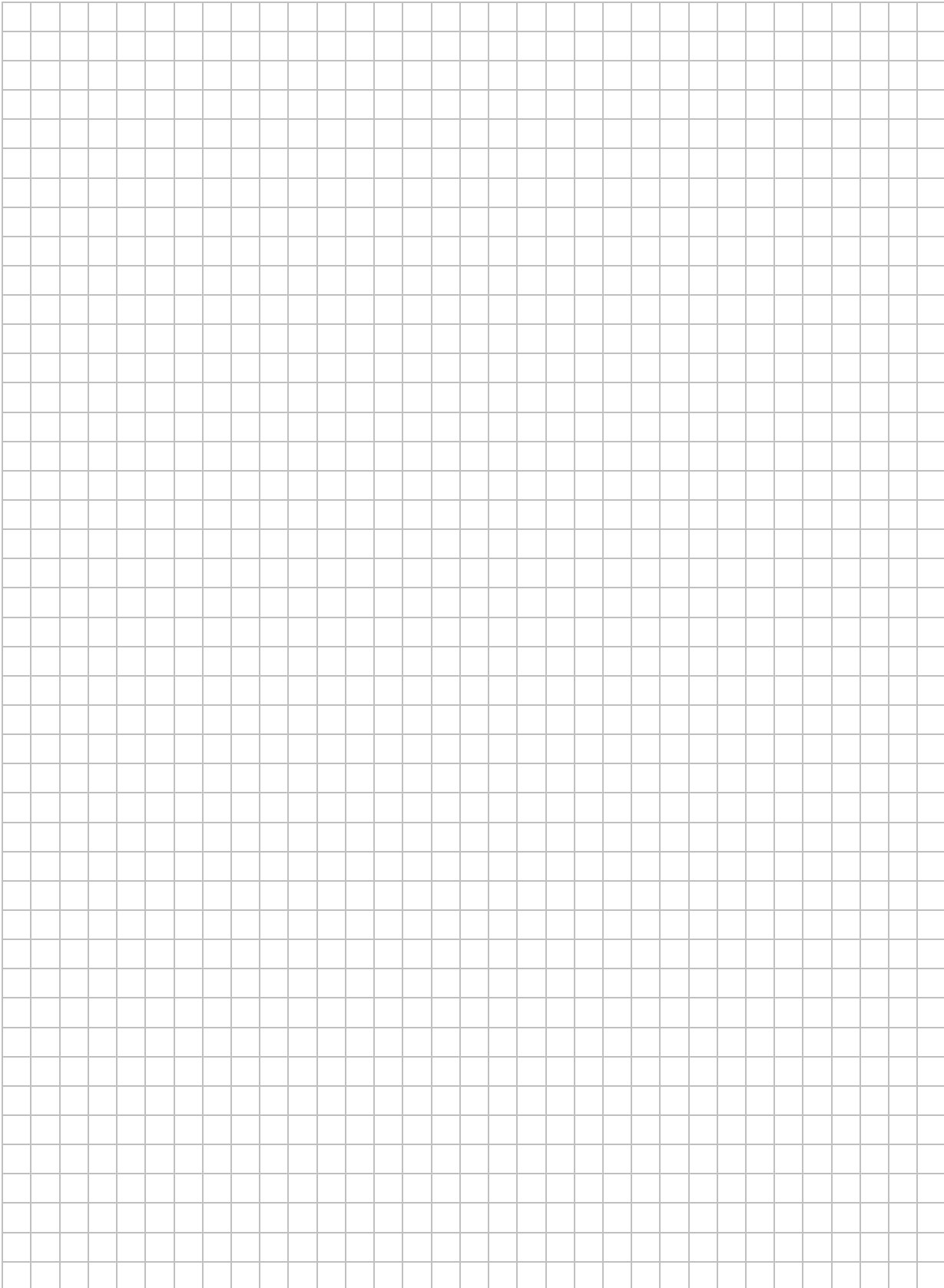
Na zewnątrz kwadratu  $ABCD$  na bokach  $AB$  i  $BC$  zbudowano trójkąty równoboczne  $AEB$  i  $BFC$ . Uzasadnij, że trójkąt  $DEF$  jest równoboczny.





**Zadanie 12. (4 pkt)**

W pewnej klasie liczba dziewcząt stanowi 60% liczby osób w tej klasie. Gdy 6 dziewcząt wyjechało na mecz siatkówki, w klasie pozostało tyle samo chłopców, ile dziewcząt. Oblicz, ile osób liczy ta klasa oraz ilu jest w niej chłopców.



## **BRUDNOPIS**