Miejsce na naklejkę z kodem

(Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy)

KOD ZDAJĄCEGO

MMA-R2G1P-021

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

Arkusz II

Czas pracy 150 minut

ARKUSZ II

MAJ ROK 2003

Instrukcja dla zdającego

1. Proszę sprawdzić, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 10 stron. Ewentualny brak należy zgłosić przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania i odpowiedzi należy zapisać czytelnie w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. Proszę pisać tylko w kolorze niebieskim lub czarnym; nie pisać ołówkiem.
4. W rozwiązaniach zadań trzeba przedstawić tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Nie wolno używać korektora.
6. Błędne zapisy trzeba wyraźnie przekreślić.
7. Brudnopis nie będzie oceniany.
8. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą można uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
9. Podczas egzaminu można korzystać z tablic matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora. Nie można korzystać z kalkulatora graficznego.
10. Do ostatniej kartki arkusza dołączona jest **karta odpowiedzi**, którą **wypełnia egzaminator**.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **60 punktów**

(Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy)

PESEL ZDAJĄCEGO

Zadanie 12. *(5 pkt)*

Sprawdź, czy funkcja *f* określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x(x-1)(x-2)}{x^2-3x+2} & dla\ \ x\neq 1\ i\ x\neq 2 \\ 1 & dla\ \ x=1 \\ 3 & dla\ \ x=2 \end{cases}$$

jest ciągła w punktach $x=1$ i $x=2$. Sformułuj odpowiedź.

<u>Odpowiedź.</u> ....

Zadanie 13. *(3 pkt)*

Niech Ω będzie zbiorem wszystkich zdarzeń elementarnych i $A\subset\Omega$, $B\subset\Omega$. Oblicz $P(A\cap B)$ wiedząc, że $P(A\cup B)=\dfrac{5}{8}$, $P(A)=\dfrac{1}{2}$, $P(B')=\dfrac{3}{4}$. Sprawdź, czy zdarzenia *A* i *B* są zdarzeniami niezależnymi ?

<u>Odpowiedź.</u> $P(A\cap B)$=.................... Zdarzenia *A* i *B* ....

Zadanie 14. *(4 pkt)*

Odcinek $\overline{CD}$ jest obrazem odcinka $\overline{AB}$ w jednokładności o skali $k<0$. Wiedząc, że $A(-2,0)$, $B(0,-2)$, $C(3,4)$, $D(7,0)$ wyznacz:

a) równanie prostej przechodzącej przez punkt A i jego obraz w tej jednokładności,
b) równanie prostej przechodzącej przez punkt B i jego obraz w tej jednokładności,
c) współrzędne środka tej jednokładności.

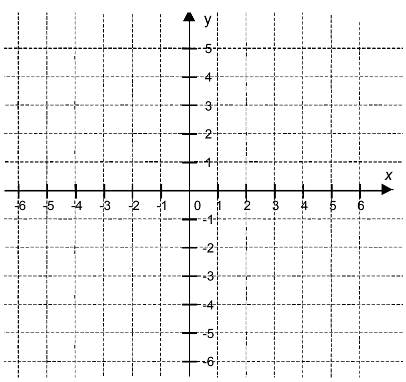
<u>Odpowiedź.</u> a) Równania prostych mają postać ....

b) Środek jednokładności ma współrzędne ....

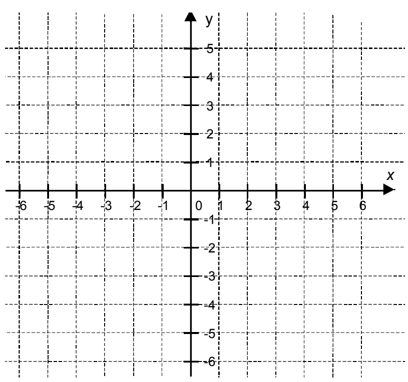
Zadanie 15. *(5 pkt)*

Dane są funkcje *f, g* i *h* określone wzorami : $f(x)=2^x$, $g(x)=-x$, $h(x)=x-2$, $x\in R$.

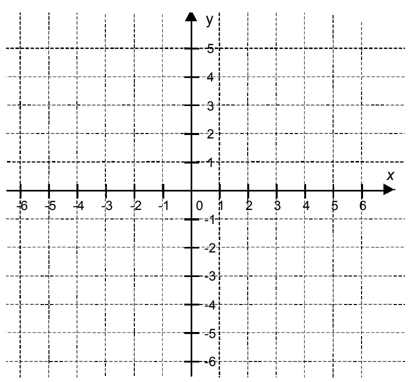
a) Naszkicuj wykres funkcji *f*.
b) Wyznacz wzór i naszkicuj wykres funkcji $f\circ g$.
c) Wyznacz wzór i naszkicuj wykres funkcji $h\circ f\circ g$.



Wykres funkcji *f*.



Wykres funkcji $f\circ g$.



Wykres funkcji $h\circ f\circ g$.

Zadanie 16. *(5 pkt)*

Zawierając w kolekturze Toto-Lotka jeden zakład w grze „Expres-Lotek" zakreślamy 5 spośród 42 liczb. Oblicz prawdopodobieństwo trafienia co najmniej 4 spośród 5 wylosowanych liczb. Wynik podaj w zaokrągleniu do 0,00001.

Odpowiedź. Prawdopodobieństwo jest równe ....

Zadanie 17. *(5 pkt)*

Rozwiąż równanie $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$.

Odpowiedź. ....

Zadanie 18. *(5 pkt)*

W tabeli podane są wartości funkcji $f:(-3,4)\to\Re$ dla trzech argumentów.

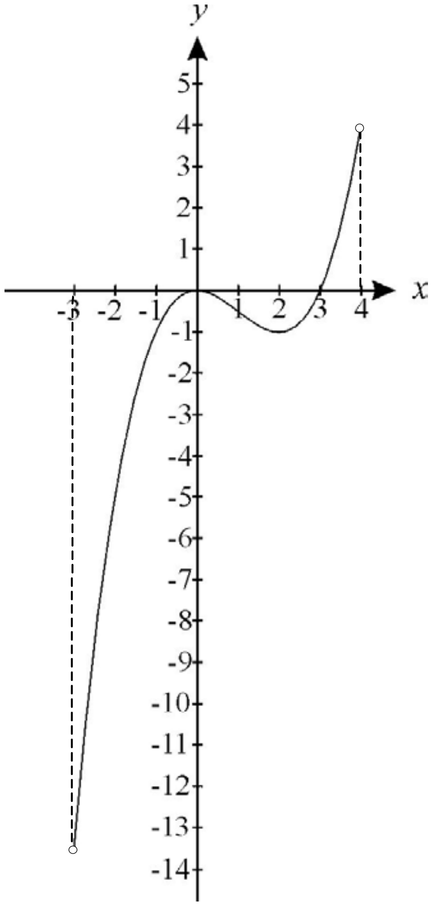
x	-2	0	3
$f(x)$	$3\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$	-1

Rysunek przedstawia wykres pochodnej funkcji *f*.

a) Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji f w punkcie o odciętej $x=0$.

b) Wyznacz ekstremum funkcji *f*. Podaj argument, dla którego funkcja f osiąga ekstremum.

c) Podaj najmniejszą wartość funkcji *f*.



Odpowiedź. a) Równanie stycznej ma postać ....

b) Funkcja *f* osiąga .... równe .... dla ....

c) Najmniejsza wartość funkcji *f* jest równa ....

Zadanie 19. *(4 pkt)*

Funkcja f jest funkcją wykładniczą. Określ liczbę rozwiązań równania $f(x-1)=m$ w zależności od wartości parametru m. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 20. *(6 pkt)*

Udowodnij stosując zasadę indukcji matematycznej, że dla każdego całkowitego, dodatniego n zachodzi równość: $2+5+8+...+(3n-1)=\frac{3}{2}n^2+\frac{1}{2}n$.

Zadanie 21. *(8 pkt)*

W trójkącie ABC dane są : $\left|\overline{AC}\right| = 8$, $\left|\overline{BC}\right| = 3$, $\left|\angle ACB\right| = 60^0$. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej bryły powstałej po obrocie trójkąta ABC dookoła boku $\overline{BC}$.

Zadanie 22. (*10 pkt*)

Rozwiąż równanie $\log_3(\log_9 x) = \log_9(\log_3 x)$.

Brudnopis

Brudnopis