Centralna Komisja Egzaminacyjna

BADANIE DIAGNOSTYCZNE
W ROKU SZKOLNYM 2012/2013

CZĘŚĆ MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZA
MATEMATYKA

ODPOWIEDZI I PROPOZYCJE OCENIANIA ZADAŃ

ARKUSZ GM-M1-125

LISTOPAD 2012

Liczba punktów za zadania zamknięte i otwarte: *29*

Zadania zamknięte

Numer zadania	**Odpowiedź poprawna**	**Zasady przyznawania punktów**
1	C	• poprawna odpowiedź – 1 p. • odpowiedź błędna lub brak odpowiedzi – 0 p.
2	D	
3	PP	
4	A	
5	PP	
6	PF	
7	C	
8	FP	
9	C	
10	PF	
11	PF	
12	B	
13	C	
14	PF	
15	FF	
16	FP	
17	PF	
18	TC	
19	D	
20	B	

Zadania otwarte

UWAGA

Za każde inne niż przedstawione poprawne rozwiązanie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.

Zadanie 21. (0-3)
Przykładowe rozwiązania

I sposób

Wszystkie klasy zebrały razem 1200 zł. Zniżka dla szkoły wynosi 200 zł, zatem szkoła płaci $\frac{1000}{1200}=\frac{5}{6}$ zebranej kwoty. Stąd wniosek, że każda klasa płaci $\frac{5}{6}$ zebranych pieniędzy, więc dostanie zwrot $\frac{1}{6}$ wpłaconej kwoty. Zatem klasa 3a otrzyma zwrot $\frac{1}{6}\cdot 360$ zł = 60 zł.

II sposób

Zebrane kwoty przez poszczególne klasy to: 360 zł, 300 zł, 300 zł, 240 zł. Razem zebrano 1200 zł. Zniżka dla szkoły wynosi 200 zł.
Stosunek zebranych kwot: 6 : 5 : 5 : 4. Stosunek zwróconych kwot powinien być taki sam. Ponieważ 200 zł : 20 = 10 zł, zatem klasa 3a otrzyma zwrot 6 · 10 zł = 60 zł.

III sposób

Wszystkie klasy zebrały łącznie 1200 zł.
Wkład klasy 3a stanowi $\frac{360}{1200}=\frac{3}{10}$ tej kwoty.

Do podziału między wszystkie klasy jest 200 zł. Wobec tego klasie 3a trzeba zwrócić
$\frac{3}{10}$ · 200 zł = 60 zł

IV sposób

Stosunek zwróconych kwot powinien być taki sam jak stosunek zebranych kwot:
360 zł, 300 zł, 300 zł, 240 zł – 1200 zł
180 zł, 150 zł, 150 zł, 120 zł – 600 zł
60 zł, 50 zł, 50 zł, 40 zł – 200 zł

Odpowiedź. Klasie 3a zwrócono 60 zł.

V sposób

Klasy 3b i 3c wpłaciły łącznie taką samą kwotę jak klasy 3a i 3d łącznie, czyli po 600 zł. Skoro do zwrotu jest 200 zł (1200 zł – 1000 zł), to klasom 3b i 3c łącznie trzeba zwrócić tyle samo co klasom 3a i 3d razem, czyli po 100 zł, ale każdej klasie proporcjonalne do jej wpłaty:
3a : 3d = 360 : 240 = 3 : 2
Kwota 100 zł podzielona w tej proporcji to
3a : 3d = 60 zł : 40 zł

Odpowiedź. Klasie 3a zwrócono 60 zł.

Poziom wykonania

P_6 – 3 punkty – pełne rozwiązanie

obliczenie kwoty zwróconej klasie 3a (60 zł)

P_4 – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne

ustalenie metody dokonania podziału kwoty:

obliczenie, jaką częścią całej zebranej kwoty jest kwota do zwrotu

(I sposób: np. $\frac{200}{1200}=\frac{1}{6}$)

lub

wyznaczenie stosunku wpłat dokonanych przez poszczególne klasy

(II sposób: np. 6 : 5 : 5 : 4 ; V sposób: np. 3a : 3d = 3 : 2)

lub

obliczenie, jaką częścią zebranej kwoty jest wpłata klasy 3a

(III sposób: np. $\frac{360}{1200}=\frac{3}{10}$)

lub

proporcjonalne zmniejszenie kwot wpłaconych przez poszczególne klasy w celu uzyskania sumy równej łącznej kwocie do zwrotu (IV sposób)

lub

obliczenie kwoty, którą należy zwrócić klasie 3a z błędem rachunkowym

P_1 – 1 punkt – dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania

obliczenie łącznej kwoty do zwrotu (200 zł)

lub

ustalenie metody dokonania podziału kwoty z błędem rachunkowym i poprzestanie na tym

P_0 – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Zadanie 22. (0-3)

<u>Przykładowe rozwiązania</u>

<u>I sposób</u>

Paweł mógł wyrzucić liczby: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Otrzymana liczba ma być parzysta, czyli jej ostatnią cyfrą może być 2, 4 lub 6.

Otrzymana liczba ma być podzielna przez 9, więc suma jej cyfr musi być liczbą podzielną przez 9.

A zatem:

- jeśli ostatnia cyfra jest równa 2, to mamy liczbę $312x2$. Spośród liczb od 1 do 6 tylko dla $x = 1$ otrzymana liczba jest podzielna przez 9.
- jeśli ostatnia cyfra jest równa 4, to liczba jest równa $312x4$. Żadna z liczb od 1 do 6, wstawiona w miejsce x, nie utworzy liczby podzielnej przez 9.

- jeśli ostatnia cyfra jest równa 6, to mamy liczbę $312x6$. Spośród liczb od 1 do 6 tylko dla $x = 6$ otrzymana liczba jest podzielna przez 9.

Odpowiedź. Paweł wyrzucił kolejno liczby 1 i 2 lub 6 i 6.

<u>II sposób</u>

Szukana liczba to $312xy$ i x, y to liczby od 1 do 6.
Aby ta liczba była podzielna przez 9 suma jej cyfr musi być podzielna przez 9.
Stąd $x + y = 3$ lub $x + y = 12$
Aby szukana liczba była parzysta, to jej ostatnia cyfra musi być równa 2 lub 4 lub 6.
Jeśli $y = 2$, to x musi być równe 1.
Jeśli $y = 4$, to nie ma odpowiedniego x.
Jeśli $y = 6$, to x musi być równe 6.
Czyli za czwartym i piątym razem Paweł wyrzucił 1 i 2 lub 6 i 6.

Poziom wykonania

P_6 – 3 punkty – pełne rozwiązanie
podanie obu rozwiązań zadania wraz z uzasadnieniem

P_4 – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne
podanie rozwiązań (1 i 2, 6 i 6, 2 i 1) powołujących się tylko na podzielność liczb przez 9
lub
podanie jednego z poprawnych rozwiązań i podjęcie próby argumentacji, powołując się zarówno na parzystość, jak i podzielność przez 9

P_2 – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane
podanie dwóch poprawnych rozwiązań ale bez uzasadnienia
lub
podanie jednego poprawnego rozwiązania i podjęcie próby argumentacji, powołując się tylko na jeden z warunków

P_0 – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu
niepoprawne rozwiązanie lub brak rozwiązania

Zadanie 23. (0-3)
<u>Przykładowe rozwiązania</u>

<u>I sposób</u>

$P_p = 0{,}75P_1$, więc $P_c = 2P_p + 4P_1 = 2 \cdot 0{,}75\,P_1 + 4P_1 = 1{,}5\,P_1 + 4\,P_1 = 5{,}5\,P_1$
$264 = 5{,}5\,P_1$, stąd $P_1 = 48\text{ cm}^2$, $P_p = 36\text{ cm}^2$
Podstawą graniastosłupa jest kwadrat, więc $a = 6$ cm. Ściana boczna jest prostokątem o polu 48 cm^2, więc jej drugi bok jest równy 8 cm. Zatem wysokość bryły jest równa 8 cm.

II sposób

$P_p = a^2$, $P_1 = ah$, $P_p = 0{,}75P_1$, więc $a^2 = 0{,}75ah$, stąd $a = 0{,}75h$
$P_c = 2P_p + 4P_1$

$264 = 2a^2 + 4ah = 2 \cdot (0{,}75h)^2 + 4 \cdot 0{,}75h \cdot h = \frac{9}{8}h^2 + 3h^2 = \frac{33}{8}h^2$

$h^2 = 64$, więc $h = 8$ (cm)

Odpowiedź: Wysokość graniastosłupa jest równa 8 cm.

III sposób

Jeśli $P_p = 0{,}75P_1$, to stosunek pól ścian w graniastosłupie wynosi
$P_p : P_p : P_1 : P_1 : P_1 : P_1 = \frac{3}{4} : \frac{3}{4} : 1 : 1 : 1 : 1$
264 cm^2 : 22 =12 cm^2, zatem $P_1 = 48$ cm^2, $P_p = 36$ cm^2
Podstawą graniastosłupa jest kwadrat, więc $a = 6$ cm. Ściana boczna jest prostokątem, więc jego drugi bok jest równy 8 cm. Zatem wysokość bryły wynosi 8 cm.

IV sposób

$P_p = a^2$, $P_1 = ah$, $P_p = 0{,}75P_1$, więc $a^2 = 0{,}75ah$
$P_c = 2P_p + 4P_1$, więc $264 = 2a^2 + 4ah$

$$\begin{cases} a^2 = 0{,}75ah \\ 264 = 2a^2 + 4ah \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = 0{,}75ah \\ 264 = 5{,}5ah \end{cases}$$

Stąd $ah = 48$, zatem $a^2 = 36$, więc $a = 6$ i $h = 8$

Odpowiedź. Wysokość graniastosłupa jest równa 8 cm.

Poziom wykonania

P_6 – 3 punkty – pełne rozwiązanie
obliczenie wysokości graniastosłupa (8 cm)

P_4 – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne
wyznaczenie pola podstawy i pola jednej ściany bocznej graniastosłupa (I i III sposób)
lub
zapisanie równania z jedną niewiadomą prowadzącego do wyznaczenia długości jednej z krawędzi graniastosłupa (II sposób)
lub
zapisanie układu równań z dwiema niewiadomymi prowadzącego do wyznaczenia długości obu krawędzi graniastosłupa (IV sposób)
lub
rozwiązanie zadania do końca poprawną metodą ale z błędami rachunkowymi

P_2 – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane

zapisanie równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia pola jednej ze ścian graniastosłupa

lub

zapisanie związku między polami ścian graniastosłupa ($P_c = 2P_p + 4P_1$) i związku między krawędziami graniastosłupa ($a^2 = 0{,}75ah$)

P_0 – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania