

..... pieczęćka WKK										
	Kod ucznia									
			-			-				
	Dzień			Miesiąc			Rok			
DATA URODZENIA UCZNIĄ										

KONKURS MATEMATYCZNY DLA UCZNIÓW GIMNAZJUM

ETAP WOJEWÓDZKI

Drogi Uczniu

Witaj na III etapie konkursu matematycznego. Przeczytaj uważnie instrukcję.

- Arkusz liczy 12 stron i zawiera 20 zadań oraz brudnopis.
- Przed rozpoczęciem pracy sprawdź, czy Twój arkusz jest kompletny. Jeżeli zauważysz usterki, zgłoś je Komisji Konkursowej.
- Zadania czytaj uważnie i ze zrozumieniem.
- Odpowiedzi wpisuj czarnym lub niebieskim długopisem bądź piórem.
- Dbaj o czytelność pisma i precyzję odpowiedzi.
- Nie używaj korektora. Jeśli się pomylisz, przekreśl błędną odpowiedź i wpisz poprawną.
- W zadaniach wielokrotnego wyboru prawidłową odpowiedź zaznacz stawiając znak **X** na literze poprzedzającej treść wybranej odpowiedzi. Jeżeli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz znakiem **X** inną odpowiedź.
- W zadaniach otwartych (zadania od 13 do 20) przedstaw tok rozumowania prowadzący do wyniku (uzasadnienia odpowiedzi).
- Oceniane będą tylko te odpowiedzi, które umieścisz w miejscu do tego przeznaczonym.
- Nie używaj kalkulatora.
- Przy wykonywaniu rysunków do zadań, korzystaj z przyborów kreślarskich.
- Obok każdego numeru zadania masz podaną maksymalną liczbę punktów możliwą do uzyskania za jego rozwiązanie.
- Pracuj samodzielnie. Postaraj się prawidłowo odpowiedzieć na wszystkie pytania.

Czas pracy:

90 minut

Liczba punktów
możliwych do
uzyskania:

50

Powodzenia!

W zadaniach 1 - 8 wskaż jedną poprawną odpowiedź.

Zad.1 (0 - 1 pkt.)

Przeciwnie wierzchołki prostokąta ABCD mają współrzędne: $A=(4,-3)$ i $C=(-5,3)$. Promień okręgu opisanego na tym prostokącie jest równy:

A. 7,5

B. $3\sqrt{13}$

C. $1,5\sqrt{13}$

D. $6\sqrt{13}$



Zad. 2 (0 - 1 pkt.)

Wskaż funkcję, która ma takie samo miejsce zerowe jak funkcja $y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$

A. $y = 3x + 4$

B. $y = 3x - 4$

C. $y = 4x - 3$

D. $y = x + \frac{4}{3}$

Zad.3 (0 - 1 pkt.)

Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równobocznym o boku 6. Objętość tego stożka jest równa:

A. $27\pi\sqrt{3}$

B. $9\pi\sqrt{3}$

C. $18\pi\sqrt{3}$

D. $3\pi\sqrt{3}$

Zad.4 (0 - 1 pkt.)

Przekątna prostopadłościanu o długości 6cm jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α . Przekątna podstawy ma długość równą 3cm. Kąt α ma miarę:

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Zad.5 (0 - 1 pkt.)

Ile jest liczb naturalnych o sumie cyfr równej 10, w których zapisie mogą występować tylko cyfry 1 lub 3?

- A. 28 B. 34 C. 35 D. 55

Zad.6 (0 - 1 pkt.)

Z testu zawierającego 15 pytań pięciu uczniów otrzymało następujące liczby punktów: 15, 10, 8, 14, 8. Stosunek średniej arytmetycznej do mediany jest równy:

- A. $\frac{8}{11}$ B. $\frac{10}{11}$ C. $\frac{11}{10}$ D. $\frac{11}{8}$

Zad.7 (0 - 1 pkt.)

Trójkąty T_1 , T_2 , T_3 są parami podobne każdy z każdym i mają odpowiednio pola P_1 , P_2 , i P_3 .

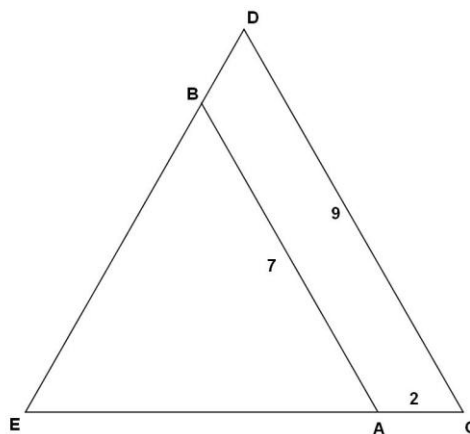
Jeśli $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{16}$ i $\frac{P_3}{P_2} = 25$, to T_3 jest podobny do T_1 w skali:

- A. $\frac{1}{20}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{5}{4}$ D. 20

Zad.8 (0 - 1 pkt.)

Odcinki AB i CD są równoległe oraz długość odcinka AC jest równa 2. Długość odcinka AE wynosi:

- A. 7 B. 5 C. $\frac{14}{9}$ D. $\frac{32}{9}$



W zadaniach 9 - 11 wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Zad.9 (0 - 1 pkt.)

W koszyku są jabłka, śliwki i gruszki. Stosunek liczby jabłek, liczby gruszek i liczby śliwek wynosi 5 : 3 : 12. Tak więc:

- A. liczba jabłek stanowi 20% wszystkich owoców,
- B. liczba gruszek stanowi 60% liczby jabłek,
- C. liczba śliwek jest o 45% większa od liczby gruszek,
- D. liczba śliwek stanowi 60% liczby wszystkich owoców.

Zad.10 (0 - 1 pkt.)

Powierzchnia boczna walca jest prostokątem o bokach długości 4cm i 8cm. Objętość tego walca może być równa:

- A. $32\pi \text{ cm}^3$ B. $256\pi \text{ cm}^3$ C. $\frac{32}{\pi} \text{ cm}^3$ D. $\frac{64}{\pi} \text{ cm}^3$

Zad.11 (0 - 1 pkt.)

Kula ma objętość $36\pi \text{ cm}^3$, więc:

- A. promień kuli wynosi 6cm,
- B. pole powierzchni kuli wynosi $36\pi \text{ cm}^2$,
- C. pole koła wielkiego jest równe $9\pi \text{ cm}^2$,
- D. objętość kuli o promieniu trzy razy krótszym od promienia danej kuli jest równa $\frac{4}{3}\pi \text{ cm}^3$.

Zad.12 (0 - 2 pkt.)

Oceń prawdziwość zdań.

- A. Jeśli długość promienia kuli zwiększymy dwa razy, to pole powierzchni kuli również zwiększy się dwa razy. PRAWDA FAŁSZ
- B. Obracając prostokąt wokół jednej z jego przekątnych, otrzymamy walec. PRAWDA FAŁSZ

Zad.13 (0 - 7 pkt.)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym ABCS o podstawie ABC kąty ścian bocznych przy wierzchołku S mają miary równe 30° . Wysokość ściany bocznej poprowadzona z wierzchołka A ma długość równą 5cm. Oblicz długość odcinków, na które ta wysokość podzieliła krawędź boczną, a następnie oblicz pole podstawy tego ostrosłupa. Wykonaj odpowiedni rysunek.

Zad.14 (0 - 5 pkt.)

W trapezie równoramiennym ABCD punkt X jest środkiem ramienia AD, odcinek AX ma długość równą 1, a kąt CXB jest prosty. Oblicz obwód tego trapezu. Wykonaj odpowiedni rysunek.

Zad.15 (0 - 3 pkt.)

Wykaż, że wartość wyrażenia $\frac{3^{a+3} - 2 \cdot 3^{a+2}}{3^{a+1} + 3^{a-1}}$ jest wielkością stałą, niezależnie od zmiennej a .
Oblicz tę stałą.

Zad.16 (0 - 5 pkt.)

Rozwiąż układ równań:
$$\begin{cases} x^2(x + y) = 80 \\ x^2(2x - 3y) = 80 \end{cases}$$

Zad.17 (0 - 4 pkt.)

Udowodnij, że jeżeli a, b, c, d, e są różnymi liczbami całkowitymi, spełniającymi równość $(4 - a)(4 - b)(4 - c)(4 - d)(4 - e) = 12$, to $a + b + c + d + e = 17$.

Zad.18 (0 - 4 pkt.)

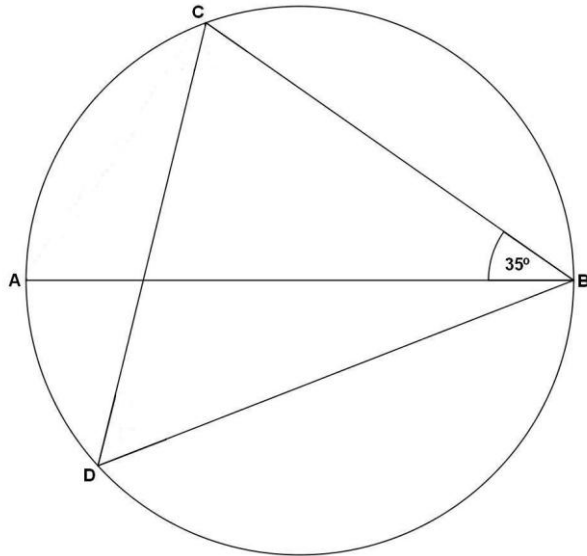
Pan Jurek ma w portfelu tylko banknoty o nominałach 100 zł i 200 zł i nie ma monet. Pan Jurek obliczył sobie, że średnia arytmetyczna wartości wszystkich banknotów wynosi 120 zł. Oblicz, jakim procentem wszystkich banknotów w portfelu są banknoty o nominale 100 zł. Rozwiąż zadanie metodą algebraiczną.

Zad.19 (0 - 6 pkt.)

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość c , a jeden z kątów ostrych ma miarę 30° . Wyznacz promień okręgu o środku w wierzchołku kąta 30° , dzielącego dany trójkąt na dwie części o równych polach. Wykonaj odpowiedni rysunek.

Zad. 20 (0 - 3 pkt.)

Na okręgu dane są punkty A, B, C, D, przy czym cięciwa AB jest średnicą tego okręgu. Miara kąta ABC jest równa 35° . Jaka jest miara kąta BDC? Odpowiedź uzasadnij.



BRUDNOPIS