

SCHEMAT PUNKTOWANIA

Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki dla uczniów gimnazjów

Rok szkolny 2012/2013

Etap wojewódzki

Przy punktowaniu zadań otwartych należy stosować następujące ogólne reguły:

- Oceniamy rozwiązania zadań zgodnie z podanym niżej schematem, tzn. przyznajemy daną liczbę punktów, jeżeli rozwiązanie zawiera wszystkie wskazane na danym poziomie elementy.
- Punktując rozwiązania zadań przyznajemy tylko całkowitą liczbę punktów.
- Nie jest wymagana pisemna odpowiedź, ale jednoznaczne wskazanie wyniku lub rozstrzygnięcia problemu.
- **Za każdy inny niż podany w kluczu, poprawny sposób rozwiązania zadania przyznajemy maksymalną liczbę punktów.**
- W przypadku, gdy zadanie rozwiązywano innym sposobem, niż podany w kluczu, ale popełnione zostały błędy lub nie dokończono rozwiązywania, należy przyznać proporcjonalnie mniej punktów, niż wynosi ich maksymalna liczba dla tego zadania.
- Laureatami zostają uczniowie, którzy uzyskali 90% lub więcej punktów możliwych do zdobycia, tzn. 54 punkty lub więcej.

Zadanie 1.

Za każde hasło poprawnie zapisane w krzyżówce 1 punkt, czyli w sumie 20 punktów.

1)	Ś	R	E	D	N	I	C	A												
2)	W	I	E	R	Z	C	H	O	Ł	K	I	(lub	WIERZCHOŁEK)							
3)	P	R	O	S	T	O	P	A	D	Ł	O	Ś	C	I	A	N				
4)	S	Y	M	E	T	R	I	A												
5)	L	I	C	Z	B	A														
6)	P	L	A	N	I	M	E	T	R	I	A									
7)	W	A	L	E	C															
8)	D	W	U	S	I	E	C	Z	N	A										
9)	P	O	D	O	B	I	E	Ń	S	T	W	O								
10)	M	I	A	N	O	W	N	I	K											
11)	O	D	C	I	N	E	K													
12)	R	E	S	Z	T	A														
13)	R	Ó	W	N	A	N	I	E												
14)	H	E	K	T	A	R														
15)	W	I	E	R	Z	C	H	O	Ł	K	O	W	E							
16)	D	O	W	Ó	D															
17)	T	R	A	P	E	Z														
18)	P	R	A	W	D	O	P	O	D	O	B	I	E	Ń	S	T	W	O		
19)	A	R	G	U	M	E	N	T												
20)	Ś	R	E	D	N	I	A		A	R	Y	T	M	E	T	Y	C	Z	N	A

Zadania zamknięte

Zadanie	2	3	4	5	6	7	8	9
Odpowiedź I	FALSZ	FALSZ	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	FALSZ
Odpowiedź II	FALSZ	PRAWDA	FALSZ	PRAWDA	FALSZ	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA
Odpowiedź III	PRAWDA	PRAWDA	FALSZ	FALSZ	PRAWDA	FALSZ	FALSZ	FALSZ

Zadania otwarte

Przykładowe rozwiązania:

Zadanie 10.

x – liczba kartek kopiowanych jednostronnie

y – liczba kartek kopiowanych dwustronnie

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 0,07x + 0,12y = 3,45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 27 \\ y = 13 \end{cases}$$

$$(27 + 2 \cdot 13) \cdot 0,07 = 3,71$$

Odp. Gdyby każdą stronę kopiowano na osobnej kartce, odbitki kosztowałyby 3,71 zł.

Zadanie 11.

Z warunków zadania wynika, że liczby m , n mają postać:

$$m = 7k + 4, \text{ gdzie } k \text{ jest liczbą całkowitą,}$$

$$n = 7l + 3, \text{ gdzie } l \text{ jest liczbą całkowitą.}$$

Wówczas iloczyn tych liczb można przedstawić jako:

$$m \cdot n = (7k + 4) \cdot (7l + 3) = 7(\underbrace{7lk + 4l + 3k + 1}_{\text{liczba całkowita}}) + 5,$$

co dowodzi tezy.

Zadanie 12.

Z definicji średniej arytmetycznej wynika, że:

$$\frac{12 \cdot 1600 + 4 \cdot 2000 + 2 \cdot 2500 + 2 \cdot 3000 + x \cdot 4000}{20 + x} = 2328$$

$$x = 5$$

Zatem wszystkich pracowników w firmie jest 25 i wartością mediany jest wartość wynagrodzenia trzynastego pracownika, czyli mediana wynosi 2000 zł.

Odp. Większą wartość ma średnia arytmetyczna ($2328 > 2000$).

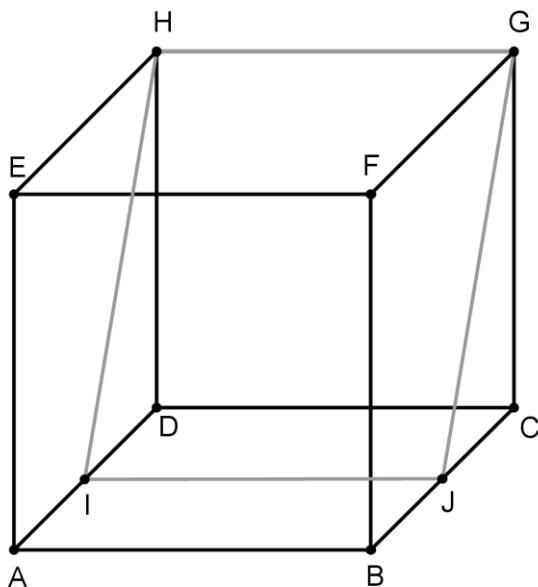
Zadanie 13.

Figura podobna w skali 3 : 1 ma odpowiednie odcinki trzykrotnie dłuższe, w szczególności przekątne kwadratów spełniają ten warunek. Zatem: $|A'C'| = 3|AC| = 12$, $|B'D'| = 3|BD| = 12$

i wierzchołki kwadratu podobnego mają współrzędne: $(0,6)$; $(6,0)$; $(0,-6)$; $(-6,0)$.

Oznacza to, że równania szukanych funkcji mają postać: $y = x + 6$; $y = x - 6$; $y = -x + 6$; $y = -x - 6$.

Zadanie 14.



Trójkąt CGJ stanowi połowę trójkąta równobocznego o boku $|GJ| = x$, zatem: $|GJ| = \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$,

$$|CJ| = \frac{1}{2}|GJ| = \frac{\sqrt{3}a}{3}.$$

Bryła $CDIJGH$ jest graniastosełupem o podstawie trójkąta CGJ i wysokości GH .

Objętość tej bryły wynosi:

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{3} \cdot a \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{6} a^3$$

Pole powierzchni całkowitej tej bryły wynosi:

$$P = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{3} \cdot a + a^2 + a \cdot \frac{2\sqrt{3}a}{3} + a \cdot \frac{\sqrt{3}a}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot a^2 + a^2.$$

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
10	Poziom 6: pełne rozwiązanie	<i>Poprawne obliczenie kosztu odbitek jednostronnych (3,71 zł).</i>	3 p.
	Poziom 5: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)	<i>Poprawne obliczenie liczby jedno- i dwustronnych odbitek (27 i 13).</i>	2 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne	<i>Ułożenie równania, np. $7x+12(40-x)=345$ lub ułożenie poprawnego układu równań:</i> $\begin{cases} x + y = 40 \\ 0,07x + 0,12y = 3,45 \end{cases}$	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	<i>Rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.</i>	0 p.
11	Poziom 6: pełne rozwiązanie	<i>Podanie pełnego dowodu ,uzasadnienia, np. przedstawienie liczby mn w postaci: $7(\text{liczba całkowita}) + 5$.</i>	3 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne	<i>Zapisanie liczby mn z wykorzystaniem własności związanej z podzielnością przez 7.</i>	2 p.
	Poziom 2: dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane	<i>Wykorzystanie własności związanej z podzielnością liczb m i n przez 7 do zapisania m i n.</i>	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania	<i>Rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.</i>	0 p.
12	Poziom 6: pełne rozwiązanie.	<i>Podanie wartości mediany pensji i wskazanie, że średnia arytmetyczna pensji jest większa niż mediana.</i>	3 p.
	Poziom 5: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)	<i>Poprawne obliczenie liczby pracowników zarabiających miesięcznie 4000 zł.</i>	2 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne	<i>Ułożenie równania (wyrażenia) pozwalającego obliczyć ilu pracowników zarabia miesięcznie 4000 zł.</i>	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania	<i>Rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.</i>	0 p.

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
13	Poziom 6: pełne rozwiązanie.	<i>Podanie poprawnych wzorów czterech funkcji z uzasadnieniem ich poprawności.</i>	3 p.
	Poziom 5: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)	<i>Podanie poprawnych wzorów czterech funkcji bez uzasadnienia poprawności albo z uzasadnieniem niepełnym lub błędnym ALBO podanie poprawnego wzoru co najmniej jednej funkcji z uzasadnieniem poprawności.</i>	2 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne	<i>Podanie poprawnego wzoru co najmniej jednej funkcji bez uzasadnienia poprawności albo z uzasadnieniem niepełnym lub błędnym ALBO podanie współrzędnych wierzchołków kwadratu A'B'C'D'</i>	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania	<i>Rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.</i>	0 p.
14	Poziom 6: pełne rozwiązanie.	<i>Poprawne obliczenie objętości i pola powierzchni bryły.</i>	4 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	<i>Poprawne obliczenie objętości bryły ALBO poprawne obliczenie pola powierzchni bryły.</i>	3 p.
	Poziom 3: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane, ale w trakcie ich pokonywania popełniono błędy	<i>Obliczenie pola trójkąta CGJ ALBO poprawne obliczenie pola prostokąta GHIJ.</i>	2 p.
	Poziom 2: dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	<i>Obliczenie długości boku CJ ALBO poprawne obliczenie długości odcinka GJ ALBO poprawna metoda obliczenia pola powierzchni całkowitej lub objętości przy błędnym obliczeniu potrzebnych odcinków lub pola trójkąta.</i>	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	<i>Rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.</i>	0 p.