

KONKURS MATEMATYCZNY

DLA UCZNIÓW GIMNAZJUM

III ETAP WOJEWÓDZKI

12 stycznia 2013



Ważne informacje:

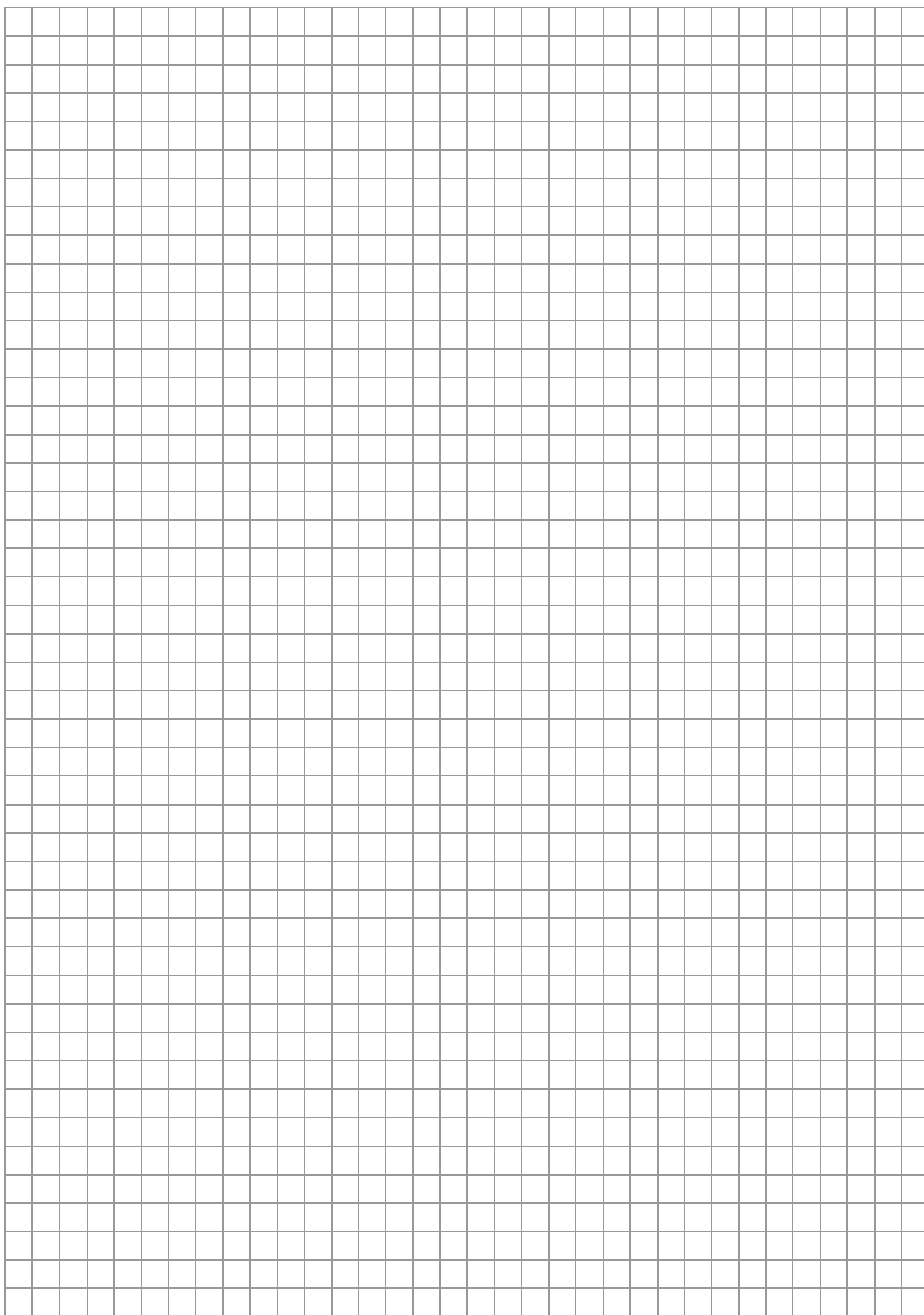
1. Masz 120 minut na rozwiązanie wszystkich zadań.
2. Zapisuj szczegółowe obliczenia i komentarze do rozwiązań zadań prezentujące sposób twojego rozumowania. Nie korzystaj z kalkulatora.
3. Pisz długopisem lub piórem, nie używaj korektora. Jeżeli się pomylisz, przekreśl błąd i napisz ponownie. Wykonuj staranne rysunki, korzystając z przyborów geometrycznych.
4. Pisz czytelnie i zamieszczaj odpowiedzi w miejscu na to przeznaczonym. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.

Życzymy powodzenia!!!

| | | |
|----------------------------|-----------|-------------|
| Maksymalna liczba punktów | 20 | 100% |
| Uzyskana liczba punktów | | % |
| Podpis osoby sprawdzającej | | |

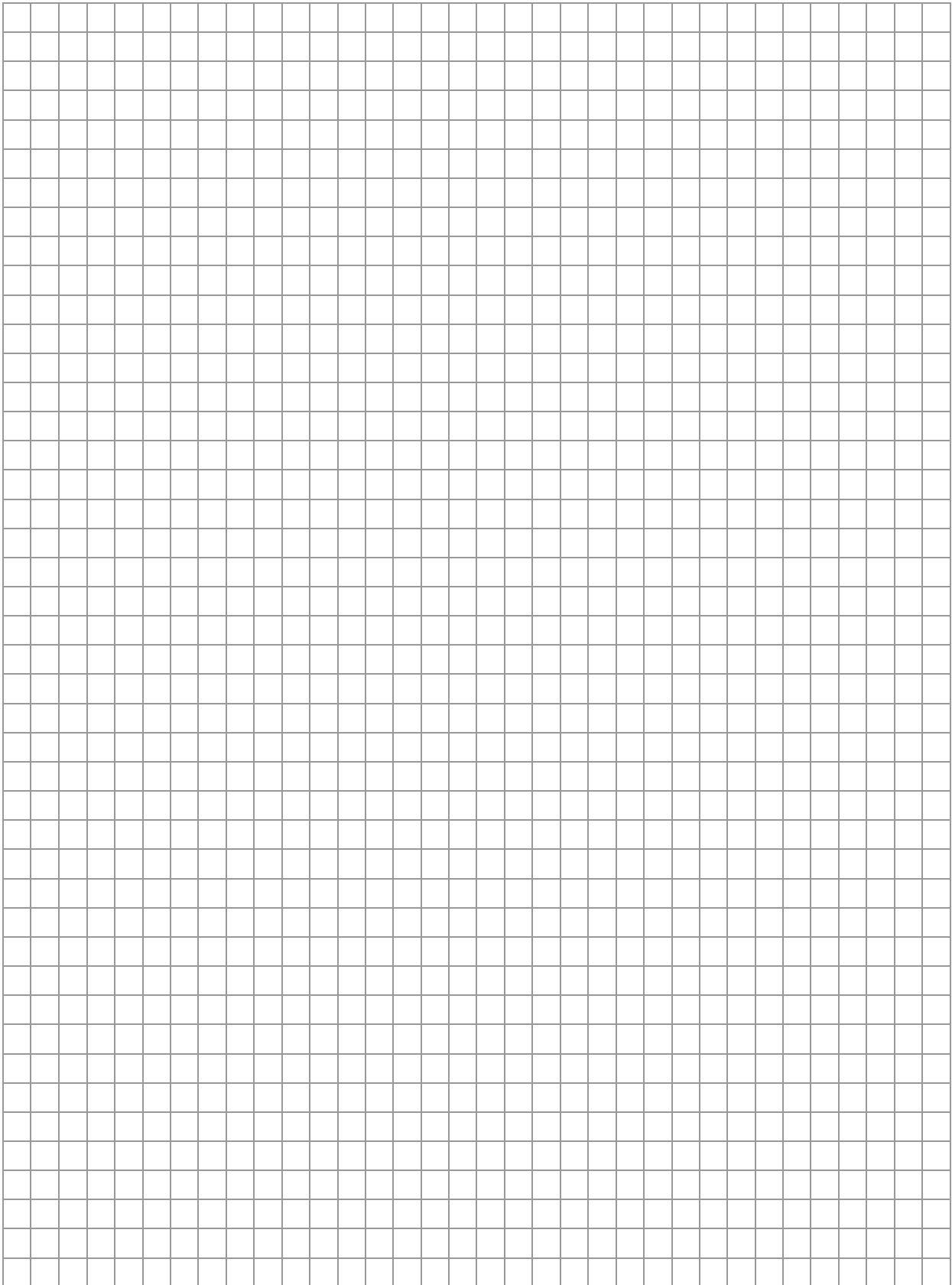
Zadanie 1.

Uzasadnij, że dla dowolnej liczby całkowitej m liczba postaci $m^5 - m$ jest podzielna przez 30.



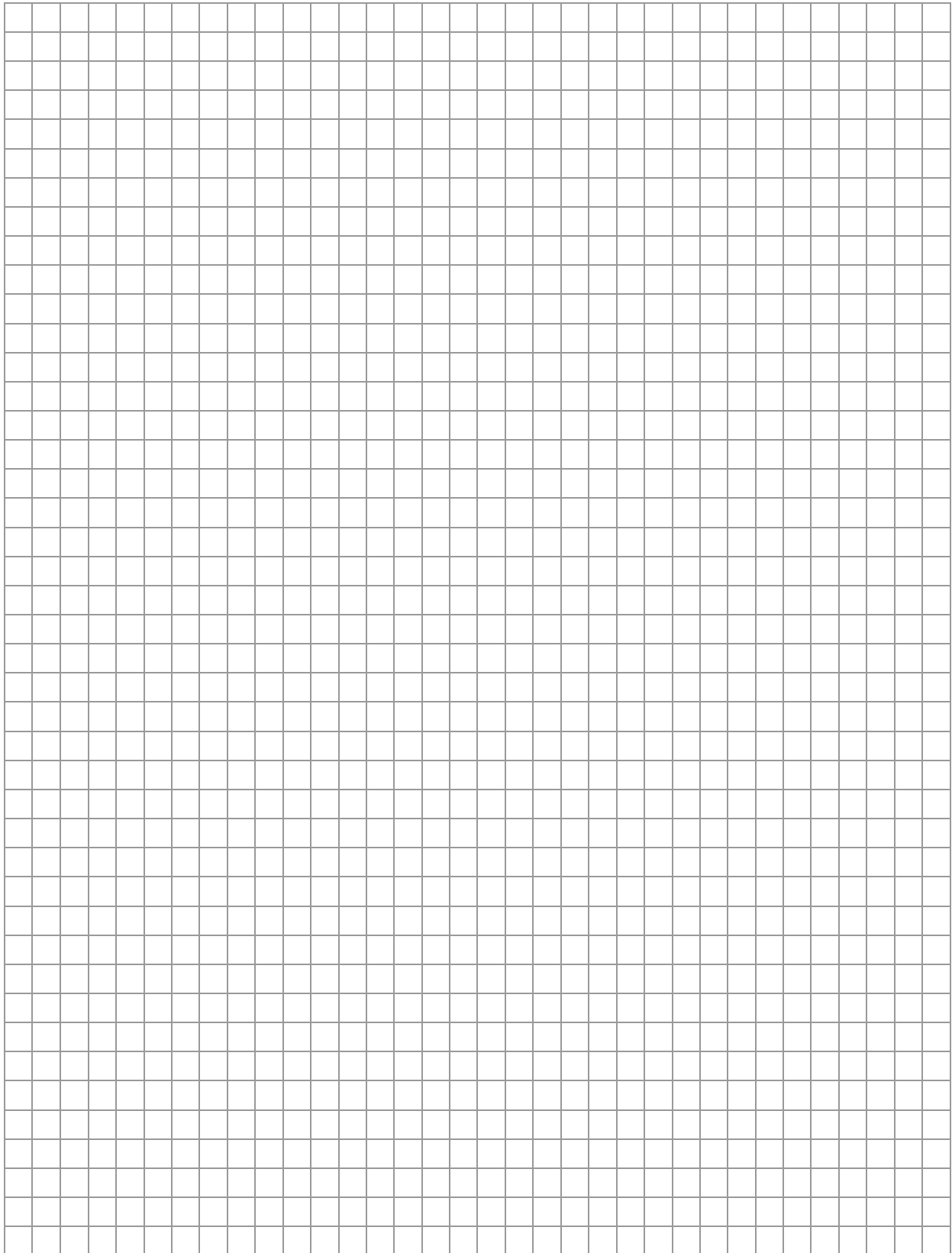
Zadanie 2.

Jeżeli długość i szerokość prostokąta $ABCD$ zwiększymy o 10 cm, to jego pole zwiększy się o 600 cm^2 . Oblicz, o ile zmniejszy się pole prostokąta $ABCD$ jeżeli jego długość i szerokość zmniejszymy o 5 cm.



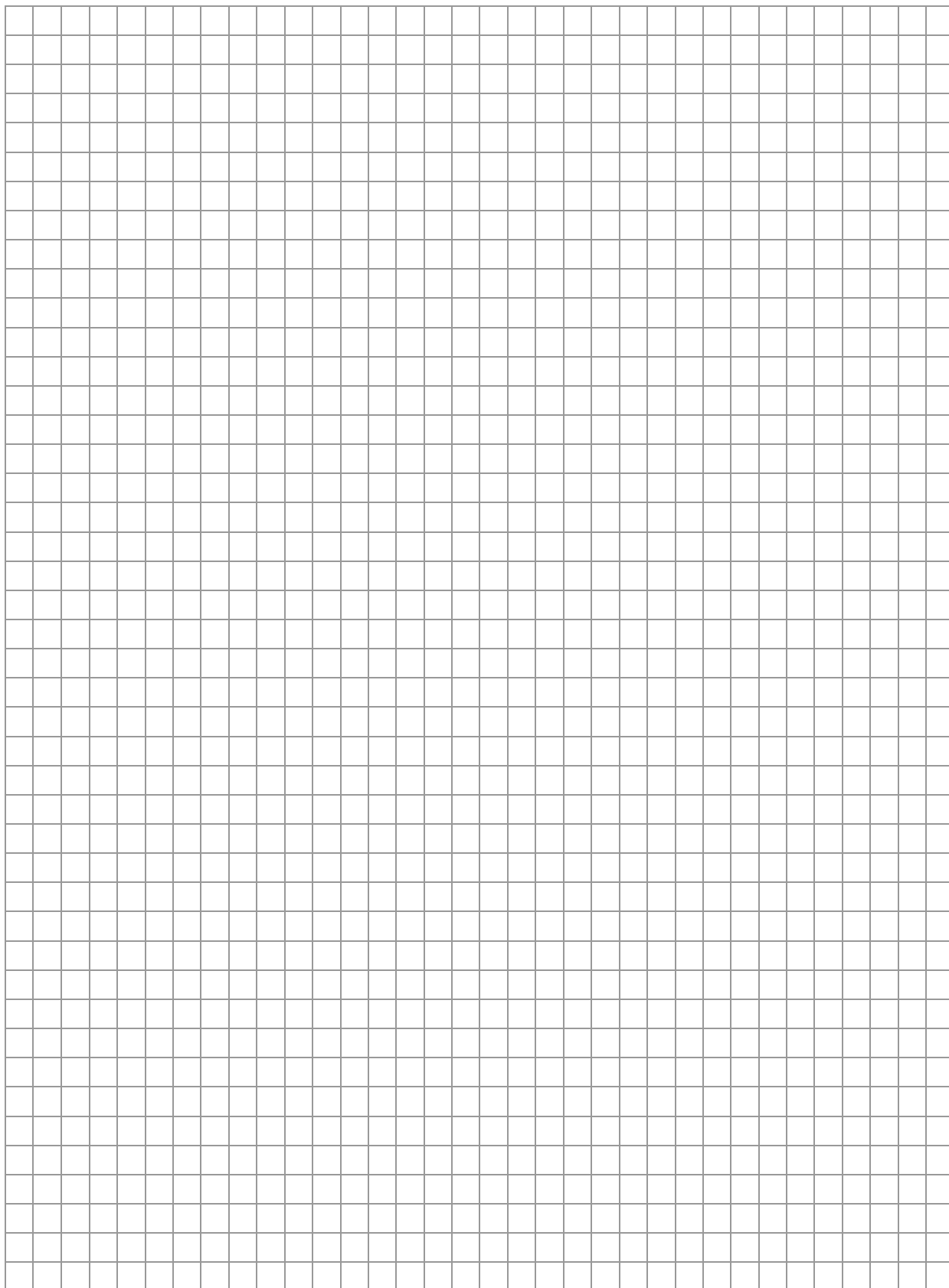
Zadanie 3.

W trójkącie ostrokątnym ABC poprowadzono wysokości AH_a oraz CH_c , gdzie H_a to spodek wysokości opuszczonej z wierzchołka A , a H_c to spodek wysokości opuszczonej z wierzchołka C . Uzasadnij, że środek boku AC należy do symetralnej odcinka H_aH_c .



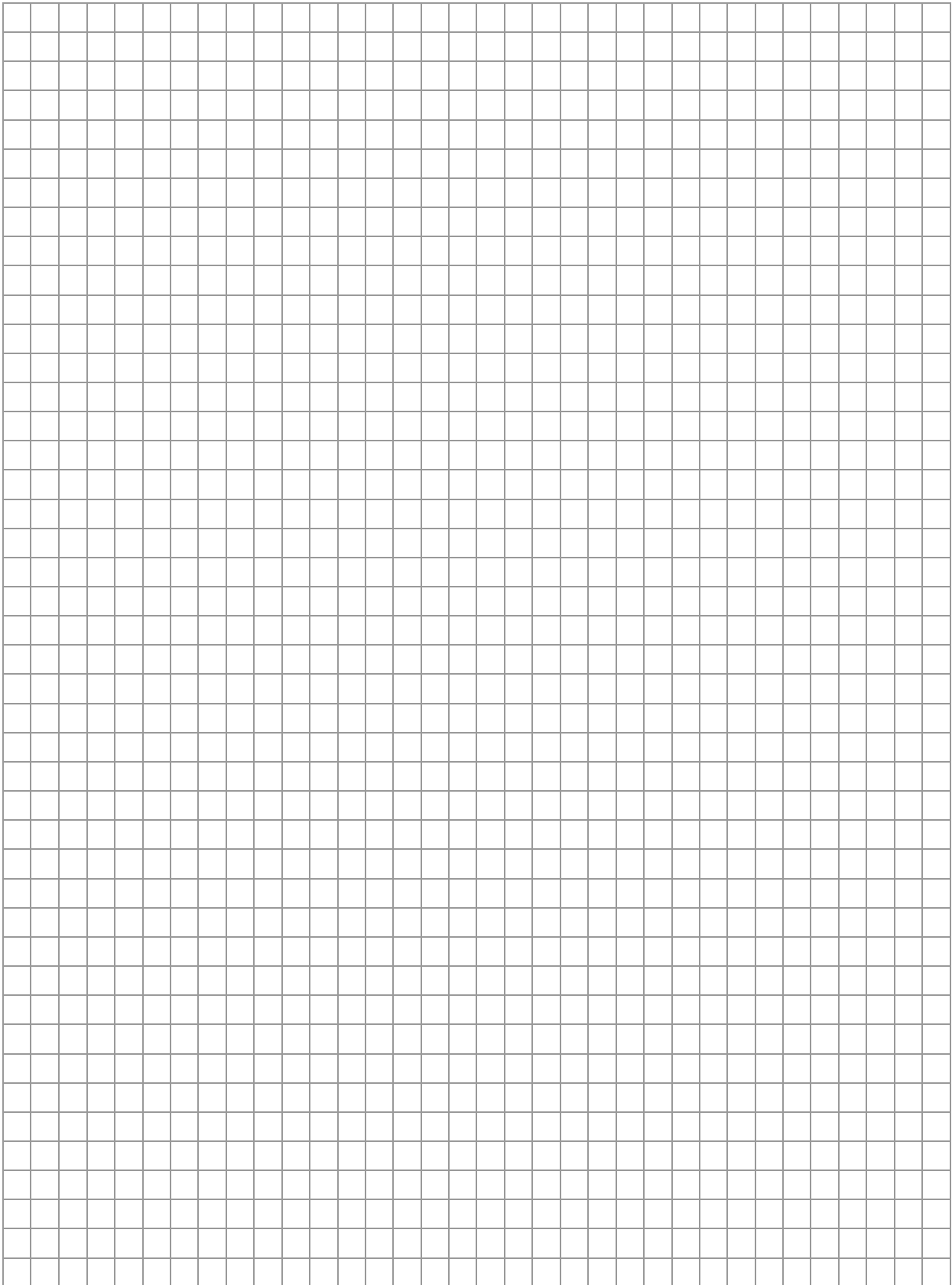
Zadanie 4.

Wyznacz wszystkie liczby naturalne n , gdzie n jest liczbą ze zbioru $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$, spełniające równanie: $n \cdot 3^n - 3n = 6 - 2 \cdot 3^n$



Zadanie 5

W ostrosłupie trójkątnym $ABCS$ wszystkie krawędzie boczne mają długość a . Podstawą tego ostrosłupa jest trójkąt prostokątny równoramienny ABC o przyprostokątnych długości a , punkt S jest jego wierzchołkiem. Oblicz objętość ostrosłupa $ABCS$.



BRUDNOPIS

